

Parcours sur la proportionnalité

Table des matières

Fiche professeur	2
Explications sur la fiche Tamis élève.....	5
Tamis élève	6
Explications sur la fiche Tamis professeur : Résoudre des problèmes de proportionnalité	7
Tamis professeur : Résoudre des problèmes de proportionnalité	8
Narration de séance et éléments de productions d'élèves	9

Fiche professeur

Parcours sur la proportionnalité : cycle 4

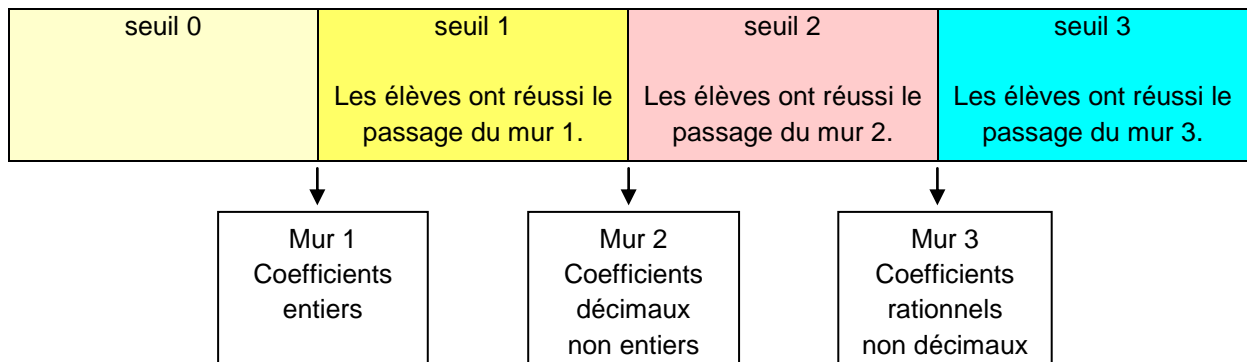
➤ **Attendu de fin de cycle**

Résoudre des problèmes de proportionnalité

- ▶ **Item 1 : Reconnaître une situation de proportionnalité.**
- ▶ **Item 2 : Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle.**

➤ **Identification des niveaux ou seuils de réussite**
Schéma identique pour les items 1 et 2

Par défaut tous les élèves sont placés au seuil 0 :



Le passage ou non des murs sera vérifié au moyen d'un échantillon d'exercices bien ciblés nommé « **Tamis élève** ».

Le bilan des échecs sera relevé sur une fiche nommée « **Tamis professeur** ».

➤ **Choix des exercices et difficultés des élèves sur la proportionnalité**

Les exercices de collège sur la proportionnalité peuvent être de nature et de complexité bien différentes. Il s'agit de créer un échantillon représentatif des problèmes de calcul d'une quatrième proportionnelle au collège prenant en compte les différentes difficultés des élèves sur ce thème. En effet, des recherches mettent en avant l'échec tardif (au-delà de 15 ans) et durable à différentes catégories de problèmes de proportionnalité.

On peut mettre l'accent sur la lenteur dans les acquisitions et la difficulté pour certains élèves à dépasser une stratégie additive. Les conceptions implicites découlant de la généralisation des entiers positifs aux nombres décimaux se posent en obstacle, le passage des problèmes additifs aux problèmes multiplicatifs étant relativement difficile et représentant pourtant une étape importante à franchir. L'élève doit faire face à une augmentation du nombre de catégories de problèmes et à une augmentation de la variété des techniques pour les résoudre.

De nombreux facteurs entrent en ligne de compte :

- La structure mathématique : recherche d'une quatrième proportionnelle avec proportion simple, double, multiple, simple composée.
Dans le travail qui suit, on se limitera aux problèmes de recherche d'une quatrième proportionnelle faisant intervenir seulement deux grandeurs en proportion simple, ce qui constitue un objectif fondamental du programme de collège.
- Les valeurs numériques impliquées : coefficients entiers, décimaux non entiers, rationnels non décimaux.
- La nature des grandeurs qui donne lieu à quatre types d'exercices :
Type A : Problèmes de mélanges, mêmes grandeurs, partie d'un tout ;
Type B : Problèmes de mélanges, mêmes grandeurs, relations entre les parties ;
Type C : Grandeurs de nature identique ;
Type D : Grandeurs de natures différentes.
- La plus ou moins grande familiarité du domaine de référence des grandeurs de l'énoncé.
- L'ordre de présentation des données.

L'idée du **parcours** est de proposer aux enseignants un ensemble organisé de problèmes afin de repérer les principales évolutions des représentations symboliques des élèves. L'enjeu est d'aider chacun à développer un répertoire de techniques plus riche et plus souple que celles enseignées habituellement reposant uniquement sur le seul coefficient de proportionnalité ou le produit en croix.

➤ **Modalités de gestion possibles**

Le travail doit être vu comme un travail **étalé** dans le temps.

- En amont du travail sur la proportionnalité : **évaluation de positionnement**

Cette passation a pour but une prise d'informations et se fera donc sans document. Elle doit permettre d'obtenir une « photographie » de la classe et d'adapter les situations d'apprentissage en fonction des résultats.

- **Première étape (temps estimé 1/2 h)**

Passation individuelle du premier tamis élève (six problèmes correspondant au passage du mur considéré).

Ce travail doit être effectué sans révision de la proportionnalité. Les élèves résolvent le maximum de problèmes sans ordre imposé.

L'objectif est d'évaluer ce qu'il reste des savoirs sur ce sujet et à quel seuil se situe la classe.

Un élève est autorisé à rendre une copie blanche.

Les résultats sont à consigner dans le tamis professeur.

Remarque : Ne pas corriger, mais annoter chaque copie pour accompagner jusqu'à la réussite.

- **Deuxième étape lors de la séance suivante (temps estimé 1/2 h)**

Proposer le même tamis pour les élèves qui ont échoué ou qui n'ont rien réalisé (ils travaillent sur la même feuille que la première fois ; les élèves écrivent d'une autre couleur lors du deuxième passage pour pouvoir observer les évolutions ; le temps ayant passé, certains iront plus loin).

Proposer le tamis du seuil suivant pour ceux qui ont réussi.

Consigner les résultats dans le tamis professeur.

• En cours d'apprentissage sur la proportionnalité : **évaluation formative**

Les techniques de résolution, bonnes ou mauvaises, vont être confrontées lors de la correction en plénière. Les plus efficaces seront dégagées.

Le but de cette étape étant d'avancer dans les apprentissages et de les réguler, tous les documents sont autorisés, et les élèves sont invités à revoir le travail précédent.

- **Troisième étape (temps estimé 1/2 h de passation individuelle ou collective)**

Proposer des tamis élèves permettant de vérifier si la situation d'apprentissage proposée a permis le franchissement d'un mur. Cela suppose que des tamis élèves différents seront distribués dans la classe.

- **Quatrième étape (temps estimé 1/2 h de correction collective)**

Correction en plénière ou en demi-plénière en commençant par le niveau le plus bas (selon l'avancement dans le temps).

L'objectif est de reprendre le questionnement et les interrogations : refaire émerger la technique et les savoirs qui justifient ces techniques pour ceux qui seraient « passés » à côté.

Remarque : Il convient d'entretenir les acquis par une répétition d'exercices.

• En aval du travail sur la proportionnalité : **évaluation sommative**

Cette évaluation est proposée assez longtemps après les apprentissages, pour établir un bilan des acquis sur les fondamentaux selon l'objectif qui a été déterminé pour chaque élève.

➤ **Objectif : Obtenir qu'un maximum d'élèves atteigne un certain seuil fixé par l'enseignant en fonction de l'évaluation de positionnement**

Fin de cycle 4 :

Item 1 : atteindre le seuil 3

Item 2 : atteindre le seuil 3

Remarque : les pourcentages présentant des difficultés particulières, un autre parcours leur sera consacré.

Explications sur la fiche Tamis élève

Parcours

Copier et coller les énoncés des exercices choisis.

Chaque énoncé est accompagné d'un tableau du type :

Réponse	Explique ta démarche

Le choix des exercices n'est pas anodin. Ils doivent être sélectionnés dans la même série.

Série n° ...

Exercice 1 : doit être du type A

Exercice 2 : doit être du type B

Exercice 3 : doit être du type C

Exercice 4 : doit être du type D, et familier

Exercice 5 : doit être du type D, et non familier

Exercice 6 : doit être du type D

Item	Evaluation				Commentaires
	<i>seuil</i> 0	<i>seuil</i> 1	<i>seuil</i> 2	<i>seuil</i> 3	Elève / Professeur
Etape ... Après la passation, écrire collectivement l'item travaillé. « Qu'avons-nous travaillé ? »	Inscrire le seuil dans lequel l'élève se situe.				Cadre d'échanges. Commentaires éventuels sur des erreurs, appréciation, encouragements...

Tamis élève

Parcours

Exercice 1

Réponse	Explique ta démarche

Exercice 2

Réponse	Explique ta démarche

Exercice 3

Réponse	Explique ta démarche

Exercice 4

Réponse	Explique ta démarche

Exercice 5

Réponse	Explique ta démarche

Exercice 6

Réponse	Explique ta démarche

Item	Evaluation				Commentaires
	<i>seuil</i> 0	<i>seuil</i> 1	<i>seuil</i> 2	<i>seuil</i> 3	
Etape 1					
Etape 2					

Explications sur la fiche Tamis professeur : Résoudre des problèmes de proportionnalité

Thème B : ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES, FONCTIONS

Classe :

Pour chacune des cases des deuxième, troisième et quatrième lignes, le professeur inscrit le nom des élèves n'ayant pas franchi le mur situé à droite (exercice mal résolu ou inachevé).

La cinquième ligne est réservée aux élèves dont la copie est non évaluable.

	Date : ...		Date : ...		Date : ...	
Travail avec la linéarité (coefficient de linéarité, additivité)		Mur 1 : coefficient entier		Mur 2 : coefficient décimal non entier		Mur 3 : coefficient rationnel non décimal
Travail sur le coefficient de proportionnalité						
Travail sur le produit en croix						
Non évaluable						

Tableau à utiliser pour chacune des évaluations proposées.

Tamis professeur : Résoudre des problèmes de proportionnalité

Thème B : ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES, FONCTIONS

Classe :

	Date : ...		Date : ...		Date : ...	
Travail avec la linéarité (coefficient de linéarité, additivité)		Mur 1 : coefficient entier		Mur 2 : coefficient décimal non entier		Mur 3 : coefficient rationnel non décimal
Travail sur le coefficient de proportionnalité						
Travail sur le produit en croix						
Non évaluable						

Narration de séance et éléments de productions d'élèves

Passation d'une série d'exercices dans une classe de 5^e

80 % des élèves de la classe sont au seuil 0 c'est-à-dire ne savent pas résoudre des problèmes de proportionnalité engageant des coefficients entiers.

Exercice 1 donné en amont du travail sur la proportionnalité : 2 passations de 1/2 heure, sur 2 séances différentes, sur 6 exercices dont voici le premier :

Luc prépare une boisson mélangeant jus d'orange et eau. Il met 3 verres de jus d'orange pour 12 verres de mélange. Combien de verres de mélange obtient-il avec 15 verres de jus d'orange ?

Exercice 2 donné 3 mois après le travail sur la proportionnalité :

Il faut 5 cL de lait et 4 g de cacao pour réaliser un chocolat chaud.

- 1) *Combien de grammes de cacao faut-il avec 25 cL de lait ?*
- 2) *Combien de grammes de cacao faut-il pour réaliser 60 cL de chocolat chaud ?*
- 3) *Combien de cL de lait faut-il pour 12 g de cacao ?*

- **Evolution du travail de David**

Réponse	Explique ta démarche.
3,75	<p>Combien de verres de mélange obtient-il avec 15 verres de jus d'orange ?</p> <p>$3 \div 12 = 0,25$</p> <p>$0,25 \times 15 = 3,75$</p>

Règle de trois mal maîtrisée ou essai d'un calcul de coefficient de proportionnalité ?

3 mois après : On remet les choses en place en insérant des correspondances.

1) $5 \text{ cL} \rightarrow 4 \text{ g}$	$1 \text{ cL} \rightarrow 0,8 \text{ g}$	$\times 25 =$	
$10 \text{ cL} \rightarrow 8 \text{ g}$	$2 \text{ cL} \rightarrow 1,6 \text{ g}$	$\times 25 =$	
$25 \text{ cL} \rightarrow 20 \text{ g}$			✓
2) $5 \text{ cL} \rightarrow 4 \text{ g}$	$1 \text{ cL} \rightarrow 0,8 \text{ g}$	$\times 60 =$	
$10 \text{ cL} \rightarrow 8 \text{ g}$	$2 \text{ cL} \rightarrow 1,6 \text{ g}$	$\times 60 =$	
$60 \text{ cL} \rightarrow 48 \text{ g}$			✓
3) $5 \text{ cL} \rightarrow 4 \text{ g}$	$1 \text{ cL} \rightarrow 0,8 \text{ g}$	$\times 15 =$	
$10 \text{ cL} \rightarrow 8 \text{ g}$	$2 \text{ cL} \rightarrow 1,6 \text{ g}$	$\times 15 =$	
$15 \text{ cL} \rightarrow 12 \text{ g}$			✓

• Evolution du travail de Clara

Réponse	Explique ta démarche.
Il obtiendra 60 verres de mélange.	$12 \div 3 = 4$ $4 \times 15 = 60$

On pourrait croire que Clara a compris la proportionnalité.

Mais en fait avec l'exercice 2 on se rend compte que Clara divise toujours le plus grand nombre par le plus petit et qu'elle multiplie son résultat par la 3^e donnée.

D'où l'intérêt de tester dans différents contextes et sur plusieurs exercices de façon à repérer les « procédures-élèves ».

Exercice 2

1 2 3

Pour réaliser une grenadine il faut 6 doses de sirop pour 42 doses d'eau. Combien faut-il de dose de sirop pour 21 doses d'eau ?

Réponse	Explique ta démarche.
Il faut 147 doses 7 doses	$42 \div 6 = 7$ $42 \div 6 = 7$ $7 \times 21 = 147$ $21 \div 3 = 7$ Nm

Première et deuxième passations en bleu : même problème ! Il faut remettre du sens sur les calculs et les opérations qu'elle réalise.

3 mois après : Elle fait les bons choix : « diviser les plus grands par le plus petit ou l'inverse selon le sens ».

1) $4 \div 5 = 0,8$ $0,8 \times 25 = 20$	Il faut 0,8g de cacao pour 1l de lait. Il faut 20 grammes de cacao.
2) $0,8 \times 60 = 48$	Il faut 48 grammes de cacao.
3) $5 \div 4 = 1,25$ $1,25 \times 12 = 15$	Il faut 1,25 litres de lait pour 1 gramme de cacao. Il faut 15 litres de lait pour 12 grammes de cacao.

• Evolution du travail de Pauline

En amont du travail sur la proportionnalité : état des lieux

Réponse	Explique ta démarche.
IP obtient 24 verre de mélange	$18 - 3 = 9$ $15 + 3 = 18$ IP obtient 18 verre de mélange Non $15 + 9 = 24$ $18 - 3 = 15$ Non $15 - 3 = 12$

En bleu la première passation et en vert la reprise du travail. Pas de travail entre les deux.

Pauline mobilise des additions et soustractions.

3 mois après :

1) Pour 25 cl de lait il faut 4g de cacao $\rightarrow 5 : 5 = 1$ cl $\rightarrow 1 : 5 = 0,2$ \rightarrow pour 25 cl il faut $0,2 \times 25 = 5$ g
Pour 25 cl de lait il faut 20g de cacao
2) Pour 60 cl de lait $\rightarrow 0,2 \times 60 = 12$ g Il faut 48g de cacao pour 60 cl de lait

• Evolution du travail de Gaëlle

Gaëlle mobilise des additions.

Réponse	Explique ta démarche.						
60	J'ai fait la différence entre 12 et 15 qui fait 3 et $3 + 2 = 5$. $15 \times 4 = 60$ <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>bonnes</td> <td>3</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>eau</td> <td>12</td> <td>60</td> </tr> </table>	bonnes	3	15	eau	12	60
bonnes	3	15					
eau	12	60					

3 mois après : il reste encore des notions à reprendre. Les questions 2 et 3 sont toujours fausses, mais présentent des évolutions par rapport à la conception préalable additive.

1) $5 \times 5 = 25$ cl donc $4 \times 5 = 20$ g de cacao il faudra 20 g de cacao pour 25 cl de lait.
2) $60 : 5 = 12$ ^{bonnes} $12 \times 5 = 60$ cl de lait Il faudra 48 g de cacao pour 60 cl de lait.
3) $4 : 5 = 0,8$ g $0,8 \times 2 = 1,6$ cl il faudra 3,6 cl de lait.

• Evolution du travail d'Erwan

Réponse	Explique ta démarche.
75	il aura 75 noix, de $\frac{1}{3}$ mélange

Erwan ne met aucun sens sur la proportionnalité.

3 mois après :

1) $4 \times 5 = 20$ g il faut 20 g de cacao
2) $4 \times 12 = 48$ g il faut 48 g de cacao
3) $5 \times 3 = 15$ cl il faut 15 cl de lait

• Evolution du travail de Ramon

Réponse	Explique ta démarche.								
Il obtient 60 verres de mélanges avec 15 verres de jus d'orange	<table border="1"> <tr> <td>orange</td> <td>3</td> <td>1</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>mélange</td> <td>12</td> <td>4</td> <td>60</td> </tr> </table> <p> $\begin{matrix} \div 3 \\ \times 15 \end{matrix}$ </p>	orange	3	1	15	mélange	12	4	60
orange	3	1	15						
mélange	12	4	60						

Une bonne compréhension de la proportionnalité à l'aide d'un tableau.

Exercice 3

		$\times 60$		
	5	$\times 25$	125	60
lait (en cl)	5	1	25	60
				15
cacao (en g)	4	0,8	20	48
				12
	5	$\times 25$	125	60
				15

1) Il faut 20 grammes de cacao pour 25 cl de lait

2) Pour 60 cl de lait il faut 48 grammes de cacao

3) Pour 12 grammes de cacao il faut 15 cl de lait

L'élève n'a pas modifié ses représentations et s'en sort toujours aussi bien malgré le travail mené entre temps sur les différentes façons de présenter la situation : tableaux, phrases, correspondances sous la forme de flèches...