Corrigés des exercices du livret
$1^{ère}$ S / T^{ale} S

IREM de Clermont-Ferrand – Groupe Aurillac-Lycée

Exercice 1 :

1) $3x^2 - 4x + 2 = 3\,(x - 2/3)^2 + 2/3$
2) $3x^2 - 4x + 3y^2 + 6y - 8 = 0 \Leftrightarrow (x - 2/3)^2 + (y - (-1))^2 = 37/9$ équation du cercle de centre (2/3 ; -1) et de rayon $r = \sqrt{37} / 3$

Exercice 2 :

1) -1/4 et 1/2
2) 2 et -2 (on pose $X = x^2$)
3) $\left]-\frac{1+\sqrt{57}}{8} ; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1-\sqrt{57}}{8} ;\ +\infty\right[$ (on rassemble dans un même membre de l''inéquation et on réduit au même dénominateur)
4) $]-\infty ; -\sqrt{2}\,] \cup [\,\frac{1}{2} ; \sqrt{2}\,]$

Exercice 3 :

1) $-1 \leq x \leq 2$ donc $0 \leq x^2 \leq 4$ car la fonction x^2 est décroissante sur [-1 ;0] puis croissante sur [0 ;2]

donc $-4 \leq -x^2 \leq 0$ car on multiplie par un nombre négatif (on change le sens de l'inégalité)

donc $1 \leq 5 - x^2 \leq 5$ car on ajoute 5 membre à membre

donc $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{5-x^2} \leq \frac{1}{1}$ car la fonction inverse est décroissante et change l'ordre

2) l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{5-x^2}$ est $\mathbb{R} - \{-\sqrt{5} ; \sqrt{5}\}$

x	$-\infty$		$-\sqrt{5}$		-1		0		2		$\sqrt{5}$		$+\infty$
$5-x^2$		↗	0	↗			5	↘			0	↘	
$\frac{1}{5-x^2}$		↘	||	↘	$\frac{1}{4}$	↘	$\frac{1}{5}$	↗	1	↗	||	↗	

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{5-x^2} \leq 1$

Exercice 4 :

1) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1-2\sqrt{5}}{5+3\sqrt{5}} = \frac{13\sqrt{5}-35}{20}$

2) $\sqrt{-x}$ n'est défini que pour $x = 0$ **, faux** $\sqrt{-0} = \sqrt{0} = 0$

$\sqrt{|-x|}$ est défini pour tout x dans R**, vrai** car $|-x|$ est positif

$|x-3| \leq 4$ équivaut à $1 \leq x \leq 7$ **, faux** car $-4 \leq x-3 \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 7$ (s'aider de la droite graduée)

3)a) cette expression est définie pour $x \in]0 ;+\infty[$

b) $\frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x})^2-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}-2$

4) a) $\sqrt{x^2} = |x|$

b) $\sqrt{x^2} = |x|$ (=-x si $x \leq 0$ et =x si $x \geq 0$) est définie pour tout $x \in R$; $(\sqrt{x})^2 = x$ et n'est définie que pour $x \geq 0$ et x est définie sur R.

c) pour tout $x \in R$, $x - 2\sqrt{x^2} = -x$ est fausse : contrexemple pour x= -2 on a $-2 - 2\text{x}2 = -6 \neq 2$

d) rectifier pour que l'égalité précédente soit vraie : pour tout $x \in R$, $x - 2\sqrt{x^2} = x - 2|x|$

si $x \geq 0$, $x - 2\sqrt{x^2} = x - 2x = -x$

et si $x<0$, $x - 2\sqrt{x^2} = x - 2(-x) = 3x$

Correction : Dérivation

Exercice 6 :

1. On a $f'(x) = 6x^2 - 13x + 5$ qui admet deux racines réelles $x_1 = \dfrac{1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{5}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{1\,655}{216}$	$\searrow$	$\frac{353}{54}$	$\nearrow$	

2. On a $f'(x) = 2x(6x^2 - 10) + 12x(x^2 + 1) = 8x(3x^2 - 1)$.

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$-\frac{32}{3}$	$\nearrow$	-10	$\searrow$	$-\frac{32}{3}$	$\nearrow$	

3. on a $f'(x) = \dfrac{4(2x^2 + 1) - 4x(4x + 1)}{(2x^2 + 1)^2} = \dfrac{-8x^2 - 4x + 4}{(2x^2 + 1)^2}$ dont le signe ne dépend que de $-8x^2 - 4x + 4$ qui admet deux racines réelles qui sont $x_1 = \dfrac{1}{2}$ et $x_2 = -1$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	

Exercice 7 :

1. $f'(x) = 1 - \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{x^2 - 2}{x^2}$ qui s'annule pour $x = -\sqrt{2}$.

   La fonction est donc strictement croissante sur $]-\infty\,;\,-\sqrt{2}[$ et strictement décroissante sur $]-\sqrt{2}\,;\,0[$.

   Elle admet donc un maximum en $-\sqrt{2}$ qui vaut $f(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2} + 1 + \dfrac{2}{-\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} + 1$ donc l'affirmation est fausse.

2. Au vue de ces variations, c'est peu probable. Utilisons un contre-exemple $f(-10) = -10 + 1 - 0{,}2 = -9{,}2 < -2$. L'affirmation est fausse.

3. L'affirmation est aussi fausse car $-\sqrt{2} < -1{,}41$.

Exercice 8 :

1. x étant une longueur, on a $x > 0$. Comme $\mathscr{V} = x^2 \times h$, on en déduit que $h = \dfrac{13\,500}{x^2}$.
2. Les faces latérales sont des rectangles de dimensions x et h, la base est un carré de côté x :
   Donc $\mathscr{A}(x) = 4 \times x \times h + x^2 = \dfrac{x^3 + 54\,000}{x}$.
3. $\mathscr{A}'(x) = \dfrac{3x^2 \times x - 1 \times (x^3 + 54\,000)}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 54\,000}{x^2}$
   Or $2(x-30)(x^2+30x+900) = (2x-60)(x^2+30x+900) = 2x^3+60x^2+1\,800x-60x^2-1\,800x-54\,000 = 2x^3-54\,000$.
   On retrouve bien l'égalité annoncée.
4. On obtient sans difficultés

x	0		30		$+\infty$
$\mathscr{A}'(x)$		$-$	0	$+$	
$\mathscr{A}(x)$		$\searrow$	$2\,700$	$\nearrow$	

5. L'aire minimale est atteinte pour $x = 30$ et est de $2\,700$ cm^2.
   Mon aquarium sera un parallélépipède rectangle de base carrée de dimensions $30 \times 30 \times 15$

Exercice 9 :

1. On pose $x_0 = 1$ et $y_0 = 0$ et on choisit $h = 0{,}2$, alors :
   $x_1 = x_0 + 0{,}2 = 1{,}2$ et $y_1 = y_0 + 0{,}2 \times \dfrac{1}{x_0} = 0 + 0{,}2 \times \dfrac{1}{1} = 0{,}2$. Effectivement $f(1{,}2) \approx 0{,}2$
   $x_2 = x_1 + 0{,}2 = 1{,}4$ et $y_2 = y_1 + 0{,}2 \times \dfrac{1}{x_1} = 0{,}2 + 0{,}2 \times \dfrac{1}{1{,}2} \approx 0{,}37$. Effectivement $f(1{,}4) \approx 0{,}37$.
2. On a :

x	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$f'(x) =$	1	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{2}$
$f(x) \approx$	0	0,2	0,37	0,51	0,63	0,75

3. La calculatrice donne $\ln 2 \approx 0{,}69$ ce qui n'est pas mauvais pour un pas de 0,2.
4. À faire.
5. Un algorithme possible est le suivant :

Variables : x est un nombre réel.
y est un nombre réel.
h est un nombre réel.
i est un nombre entier.
Initialisation : Affecter à x la valeur 1.
Affecter à y la valeur 0.
Traitement : Pour i variant de 1 à partie entière de $\dfrac{1}{h}$ faire :
Affecter à y la valeur $y + h \times \dfrac{1}{x}$.
Affecter à x la valeur $x + h$.
Afficher x et y.
Fin Pour.

Avec un pas de 0,1, on obtient $\ln 2 \approx 0{,}72$ et $\ln 2 \approx 0{,}71$ pour un pas de 0,05.

Correction : Étude de fonctions

Exercice 10 :

1. $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = -3x^2 - 4x + 4$ et donc $\mathcal{T}_1 : y = -3x + 9$

2. a) $P(-4) = 0$

   b) $P(x) = (x+4)(-x^2+2x-1) = -(x+4)(x-1)^2$

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

   c) Comme $f(x) - (-3x+9) = P(x)$, on en conclut que la courbe est en dessous de sa tangente sur l'intervalle $]-4\ ;\ +\infty[$.
   De plus, la courbe admet deux points commun avec sa tangente (aux points d'abscisse -4 et 1).

Exercice 11 :

1. Comme l'ensemble de définition de f est symétrique par rapport à 0 et que $f(-x) = -f(x)$, on a une courbe symétrique par rapport à l'origine du repère.

2. Pas de difficulté.

3. Le signe de $f'(x)$ ne dépend que de la quantité $1 - x^2 = (1-x)(1+x)$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

4. a) Pas de difficulté.

   b) Pour x positif, $f(x) - \dfrac{5}{3}x = \dfrac{-8x^3}{x^2+3}$ qui ne dépend que du signe de $-8x^3$.
   Donc la courbe de f est en dessous de sa tangente sur $\mathbb{R}^+$.
   Par symétrie par rapport à 0, la courbe sera au dessus de sa tangente sur $\mathbb{R}^-$.

5. a) On a $ax + \dfrac{bx}{x^2+3} = \dfrac{ax^3 + (3a+b)x}{x^2+3}$. Par identification, $a = -1$ et $b = -8$.

   b) Il suffit d'étudier le signe de $\dfrac{-8x}{x^2+3}$ qui ne dépend que de $-8x$.
   Par conséquent, la courbe de f est en dessous de la droite $\mathcal{D}$ sur $\mathbb{R}^+$ et au dessus de celle-ci sur $\mathbb{R}^-$.

   c) A priori la courbe de f va se rapprocher de la droite $\mathcal{D}$ sans jamais l'atteindre si on prend des valeurs de x de plus en plus grande.

6. Il faut résoudre $f(x) = 0$ ce qui équivaut à résoudre $-x^3 + 5x = 0$ *(Mais ... pourquoi donc ?)*.
   On obtient trois points d'intersection d'abscisses respectives $-\sqrt{5}$, 0 et $\sqrt{5}$.

Exercice 12 :

1. Pas de difficulté.

2. bien sûr, il faudra attendre une semaine et demie.

3. a) $p'(x) = \dfrac{9}{(4x+3)^2}$ $\forall x \geqslant 0$ et donc la fonction p est strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.

   b) $\mathcal{T}_3 : y = \dfrac{1}{25}x + \dfrac{12}{25}$.

c) Il faut déterminer le signe de $f(x) - \dfrac{3}{4} = \dfrac{-9}{4(4x+3)} < 0$ sur $[0~;~+\infty[$.

Par conséquent, la courbe de p est toujours située en dessous de la droite $\mathcal{D}$.

d) Pas de difficulté. On constatera que cette différence se rapproche de zéro lorsque l'on prend des valeurs de x de plus en plus grande. La courbe de p va donc se rapprocher de la droite $\mathcal{D}$ sans jamais l'atteindre.

e) À faire ...

f) A priori, il faudra environ huit semaines.

g) Non ... voir la question 3.d).

Correction exercice 13 :

1) $u_n = 8 + 3n$.

2) $u_{12} = 44$

3) $S = u_0 + u_1 + ...+ u_{12} = \dfrac{(8+44)\times 13}{2} = 338$

Correction exercice 14 :

On considère une suite (u_n) géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

1) $u_n = 3 \times 2^n$.

2) $u_9 = 3 \times 2^9 = 1536$

3) Calculer $S = u_0 + u_1 + ...+ u_9 = 3\,\dfrac{1-2^{10}}{1-2} = 3069$

Correction exercice 15 :

Un globe-trotter a décidé de parcourir 5 000 km à pied.

Il peut, frais et dispo, parcourir 50 km en une journée, mais chaque jour la fatigue s'accumule et donc sa performance diminue de 1% tous les jours.

On note d_n la distance parcourue durant le $n^{\text{ième}}$ jour ainsi $d_1 = 50$ km.

1) $d_2 = 0{,}99 \times 50 = 49{,}5$ km et $d_3 = 0{,}99 \times 49{,}5 = 49{,}005$ km

2) Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n. En déduire la nature de la suite (d_n).
   $d_{n+1} = 0{,}99 \times d_n$ donc (d_n) est une suite géométrique de premier terme $d_1 = 50$ et de raison $q = 0{,}99$.

3) Exprimer d_n en fonction de n.
   $d_n = d_1 \times q^{n-1}$
   $d_n = 50 \times 0{,}99^{n-1}$

4) On note $L_n = d_1 + ... + d_n$, ainsi L_n est la distance totale parcourue en n jours.
   Exprimer L_n en fonction de n.

On reconnaît la somme de termes d'une suite géométrique avec $d_1 = 50$ et $q = 0{,}99$.

Il y a $n - 1 + 1 = n$ termes.

$S = d_1 \times \dfrac{1-q^n}{1-q} = 50 \times \dfrac{1-0{,}99^n}{1-0{,}99} = \mathbf{5000 \times (1-0{,}99^n)}$

5) Déterminer la limite de (L_n) quand n tend vers $+\infty$. Le globe-trotter peut-il gagner son pari ?

   On a : $q = 0{,}99 < 1$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}99^n = 0$

   $\lim\limits_{n \to +\infty} L_n = 5000 \times (1 - 0) = 5000$

   Le globe –trotter ne gagnera pas son pari car il n'atteindra jamais 5000 km.

Correction exercice 17

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier n, par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{2+3u_n}$.

On considère aussi la suite (v_n) définie, pour tout entier n, par $v_n = 1 + \dfrac{2}{u_n}$.

1) Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique.

Pour tout entier n, $v_{n+1} - v_n = 1 + \dfrac{2}{u_{n+1}} - \left(1 + \dfrac{2}{u_n}\right) = \dfrac{2}{\dfrac{2u_n}{2+3u_n}} - \dfrac{2}{u_n} = \dfrac{2+3u_n}{u_n} - \dfrac{2}{u_n} = \dfrac{3u_n}{u_n} = 3$

donc **la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$.**

2) Exprimer v_n en fonction n puis en déduire que pour tout entier n, $u_n = \dfrac{2}{2+3n}$.

Comme (v_n) est arithmétique alors $v_n = v_0 + nr$ avec $v_0 = 1 + \frac{2}{1} = 3$ et $r = 3$

Donc **pour tout entier naturel n, $v_n = 3 + 3n$. (1)**

De plus $v_n = 1 + \frac{2}{u_n} \Leftrightarrow \frac{2}{u_n} = v_n - 1 \Leftrightarrow u_n = \frac{2}{v_n - 1} \Leftrightarrow$ **$u_n = \frac{2}{3 + 3n - 1} = \frac{2}{2 + 3n}$**

3) Etudier les variations de la suite (u_n).

On a $u_n = f(n) = \frac{2}{2 + 3n}$

On étudie les variations sur $[0 ; +\infty[$ de la fonction associée $f(x) = \frac{2}{2 + 3x} = 2 \times \frac{1}{u}$ avec $u = 2 + 3x$.

$f'(x) = 2 \times \frac{-u'}{u^2} = 2 \times \frac{-3}{(2 + 3x)^2} = \frac{-6}{(2 + 3x)^2} < 0$

Comme f' est négative sur $[0 ; +\infty[$ **alors f est décroissante sur $[0 ; +\infty[$ donc (u_n) l'est aussi. (1,5)**

4) a) Déterminer un entier (seuil) n_o tel que, pour tout entier n, $n \geq n_o$ alors $u_n < 0{,}01$.

On résout $u_n < 0{,}01 \Leftrightarrow \frac{2}{2 + 3n} < 0{,}01 \Leftrightarrow 2 < 0{,}01(2 + 3n) \Leftrightarrow 2 + 3n > 200 \Leftrightarrow n > \frac{198}{3} = 66$ donc **$n_o = 67$. (1)**

b) Un des trois algorithmes ci-dessous permet de retrouver ce résultat. Le retrouver en justifiant votre réponse. (1)

Algorithme 1	Algorithme 2 **Vrai**	Algorithme 3
N prend la valeur 0 U prend la valeur 1 Tant que U < 0,01 → **(FAUX la condition doit être inversée)** N prend la valeur N + 1 U prend la valeur $\frac{2}{2+3N}$ Fin Afficher N	N prend la valeur 0 U prend la valeur 1 Tant que U ≥ 0,01 N prend la valeur N + 1 U prend la valeur $\frac{2}{2+3N}$ Fin Afficher N	N prend la valeur 0 U prend la valeur 0,4 **(Faux car U_0 = 1)** Tant que U ≥ 0,01 N prend la valeur N + 1 U prend la valeur $\frac{2}{2+3N}$ Fin Afficher N

Correction exercice 18 :

Si vous acceptez, je vous donnerais : 2500 × 14 = 35 000 €.

Vous me rendrez :

On reconnaît la somme de termes d'une suite géométrique avec $u_1 = 3$ et $q = 3$.

Il y a 14 – 1 + 1 = 14 termes.

$S = u_1 \times \frac{1 - q^{14}}{1 - q} = 3 \times \frac{1 - 3^{14}}{1 - 3} =$ **7 174 452 centimes soit 71 744,52 €**

Comme vous n'êtes pas fou, vous allez refuser !

Correction des exercices sur les Statistiques_Probabilités_Echantillonnage

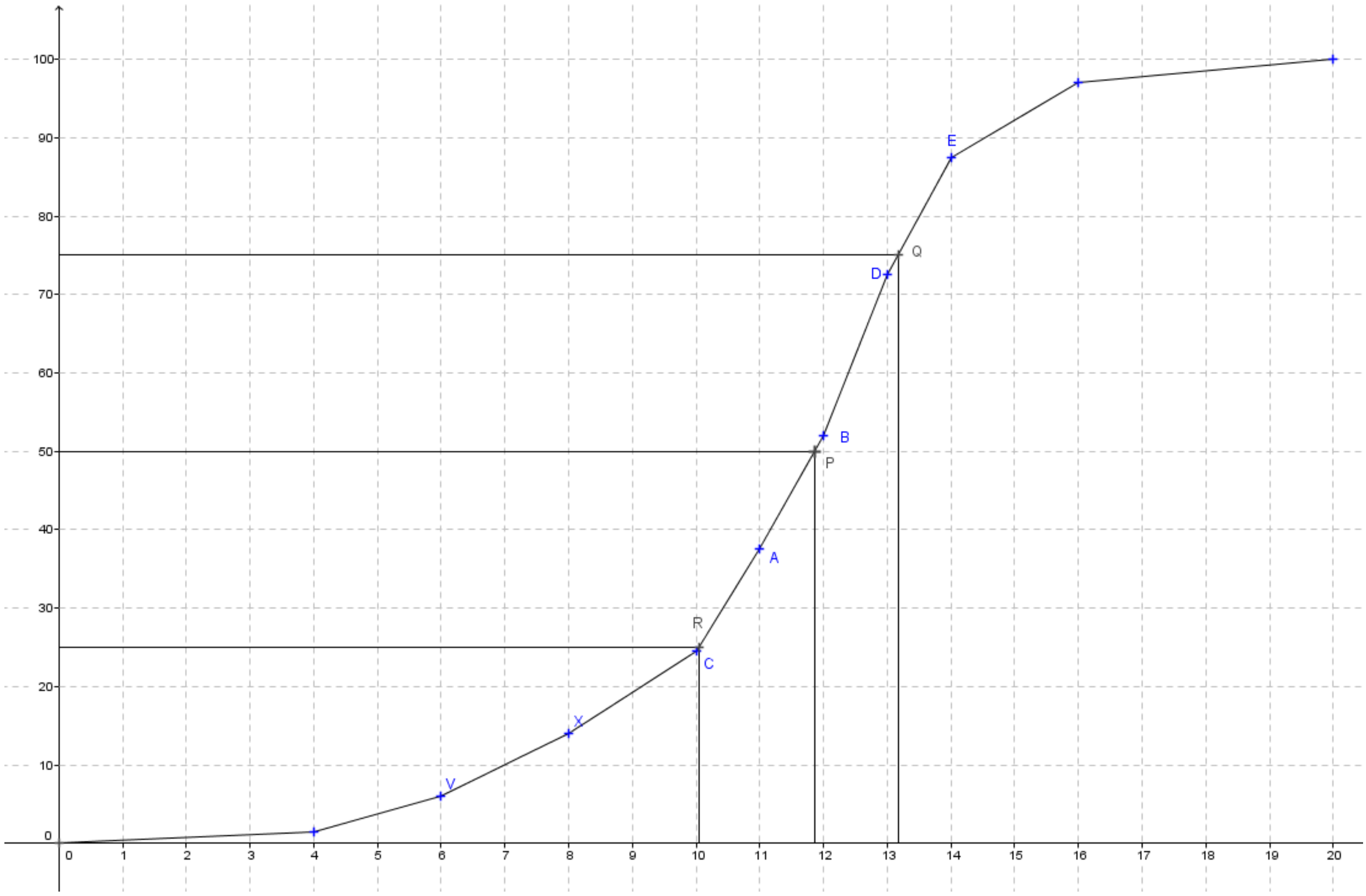
PRÉ-REQUIS :
STATISTIQUES : Polygone des fréquences cumulées croissantes, colinéarité de deux vecteurs, quartiles, diagramme en boîte
PROBABILITÉS : Variables aléatoires, loi de probabilité, loi binomiale, espérance.
ECHANTILLONNAGE : Intervalle de fluctuation avec une loi binomiale.

EXERCICE 19 : STATISTIQUES

1. a.

Durée (en h)	[0;4[	[4;6[	[6;8[	[8;10[	[10;11[	[11;12[	[12;13[	[13;14[	[14;16[	[16;20[
Fréquences cumulées croissantes (en %)	1,5	6	14	24,5	37,5	52	72,5	87,5	97	100

b.



2. a. Dans le tableau des fréquences cumulées croissantes, on peut lire que 52 % des jeunes interrogés passent jusqu'à 12 heures devant la TV pendant une semaine, et 37,5 % jusqu'à 11 h, donc la classe médiane est [11 ; 12[.

   b. $x_P = \frac{344}{29}$ représente une valeur approchée de la médiane.

3. a. Le premier quartile est dans la classe [10 ; 11[et le troisième quartile dans [13 ; 14[.

   b. Le premier quartile est $\frac{261}{26}$ soit environ 10,04 et le troisième quartile est $\frac{79}{6}$ soit environ 13,17.

4. Sur le diagramme en boîte, on fait figurer min, max, Me, Q_1 et Q_3.

EXERCICE 20 : PROBABILITÉ ET ALGORITHMIQUE

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  x EST_DU_TYPE NOMBRE
  G EST_DU_TYPE NOMBRE
  m EST_DU_TYPE NOMBRE
  p EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  n PREND_LA_VALEUR 1
  m PREND_LA_VALEUR 1
  G PREND_LA_VALEUR 0
  AFFICHER "Sur quel nombre entier compris entre 0 et 36 voulez-vous miser ?"
  LIRE p
  x PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(0,36)
  TANT_QUE (x!=p) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    G PREND_LA_VALEUR G-m
    m PREND_LA_VALEUR 2*m
    n PREND_LA_VALEUR n+1
    x PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(0,36)
    FIN_TANT_QUE
  G PREND_LA_VALEUR G+35*m
  AFFICHER "Le nombre d'essais est"
  AFFICHER n
  AFFICHER "Le gain est "
  AFFICHER G
  AFFICHER "La dernière mise est :"
  AFFICHER m
FIN_ALGORITHME
```

EXERCICE 21 : PROBABILITÉ (LOI BINOMIALE)

1. a. X suit une loi binomiale de paramètres n = 8 et p = ¼.

   b. p(« 4 bonnes réponses au QCM ») = $\binom{8}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{2835}{32768}$.

2. a. Y peut prendre ses valeurs dans {0 ; 0,5 ; 2 ; 3,5 ; 5 ; 6,5 ; 8}.

   b.

y_i	0	0,5	2	3,5	5	6,5	8
$P(Y= y_i)$	$p(0\leqslant X\leqslant 2)$	p(X=3)	p(X=4)	p(X=5)	p(X=6)	p(X=7)	p(X=8)

Avec p(X=i)= $\binom{8}{i}\left(\frac{1}{4}\right)^i\left(\frac{3}{4}\right)^{8-i}$.

i	p(X=i)
0	0,10011292
1	0,26696777
2	0,3114624
3	0,2076416
4	0,08651733
5	0,02307129
6	0,00384521
7	0,00036621
8	1,5259E-05

c. E(Y)= 0xp($0\leqslant X\leqslant 2$) + 0,5xp(X=3) + 2xp(X=4) + 3,5xp(X=5) + 5xp(X=6) + 6,5xp(X=7) + 8xp(X=8).

E(Y) = 0 + 0,5xp(X=3) + 2xp(X=4) + 3,5xp(X=5) + 5xp(X=6) + 6,5xp(X=7) + 8xp(X=8)

$E(Y) \approx 0,38$. Le candidat peut espérer obtenir en moyenne environ 0,38 point.

3. Avec un « vrai ou faux » : X suit une loi binomiale de paramètres n = 8 et p = 1/2.

   b. p(« 4 bonnes réponses au QCM ») = $\binom{8}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{70}{256} = \frac{35}{128}$.

4. a. Y peut prendre ses valeurs dans {0 ; 0,5 ; 2 ; 3,5 ; 5 ; 6,5 ; 8}.

   b.

y_i	0	0,5	2	3,5	5	6,5	8
$P(Y= y_i)$	$p(0\leqslant X\leqslant 2)$	p(X=3)	p(X=4)	p(X=5)	p(X=6)	p(X=7)	p(X=8)

Avec $p(X=i)= \binom{8}{i}\left(\frac{1}{2}\right)^i\left(\frac{1}{2}\right)^{8-i}$.

k	P(X=k)
0	0,00390625
1	0,03125
2	0,109375
3	0,21875
4	0,2734375
5	0,21875
6	0,109375
7	0,03125
8	0,00390625

c. $E(Y)= 0\text{x}p(0\leqslant X\leqslant 2) + 0,5\text{x}p(X=3) + 2\text{x}p(X=4) + 3,5\text{x}p(X=5) + 5\text{x}p(X=6) + 6,5\text{x}p(X=7) + 8\text{x}p(X=8)$.

$E(Y) = 0 + 0,5\text{x}p(X=3) + 2\text{x}p(X=4) + 3,5\text{x}p(X=5) + 5\text{x}p(X=6) + 6,5\text{x}p(X=7) + 8\text{x}p(X=8)$

$E(Y) \approx 2,2$. Le candidat peut espérer obtenir en moyenne environ 2,2 points.

EXERCICE 23 : ECHANTILLONNAGE

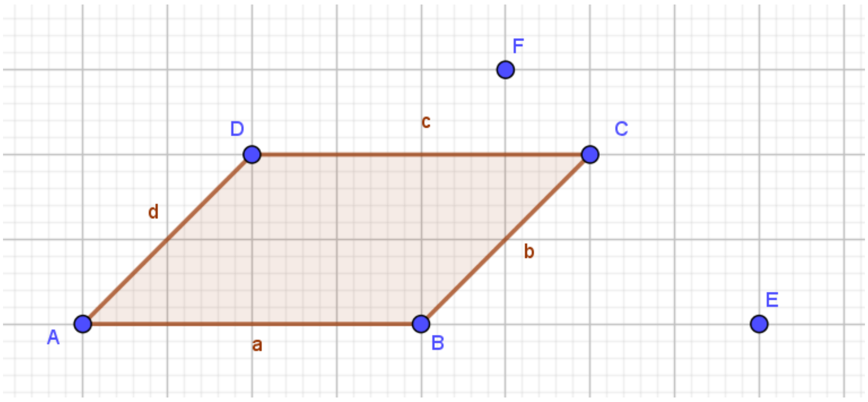
On émet l'hypothèse que le dé n'est pas truqué.
$f = \frac{29}{90}$.
Avec la loi binomiale $B\left(90 ; \frac{1}{6}\right)$,on cherche un intervalle de fluctuation de f.
D'après les résultats obtenus avec Excel :

Le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0.025$ est a = 8.

Le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geqslant 0.975$ est b = 22.

L'intervalle de fluctuation est $J = \left[\frac{8}{90} ; \frac{22}{90}\right]$. On remarque que $f = \frac{29}{90} \notin J$.
On peut donc rejeter l'hypothèse que le dé ne soit pas truqué, avec un risque d'erreur de 5%.

Exercice 23

1. 

2. $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BF}$ et on poursuit le calcul en remarquant que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AD}$
3. $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$
4. $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = -2\left(-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right) = -2\overrightarrow{CF}$ donc $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont colinéaires, ce qui montre que les points C, E, F sont alignés

Exercice 24

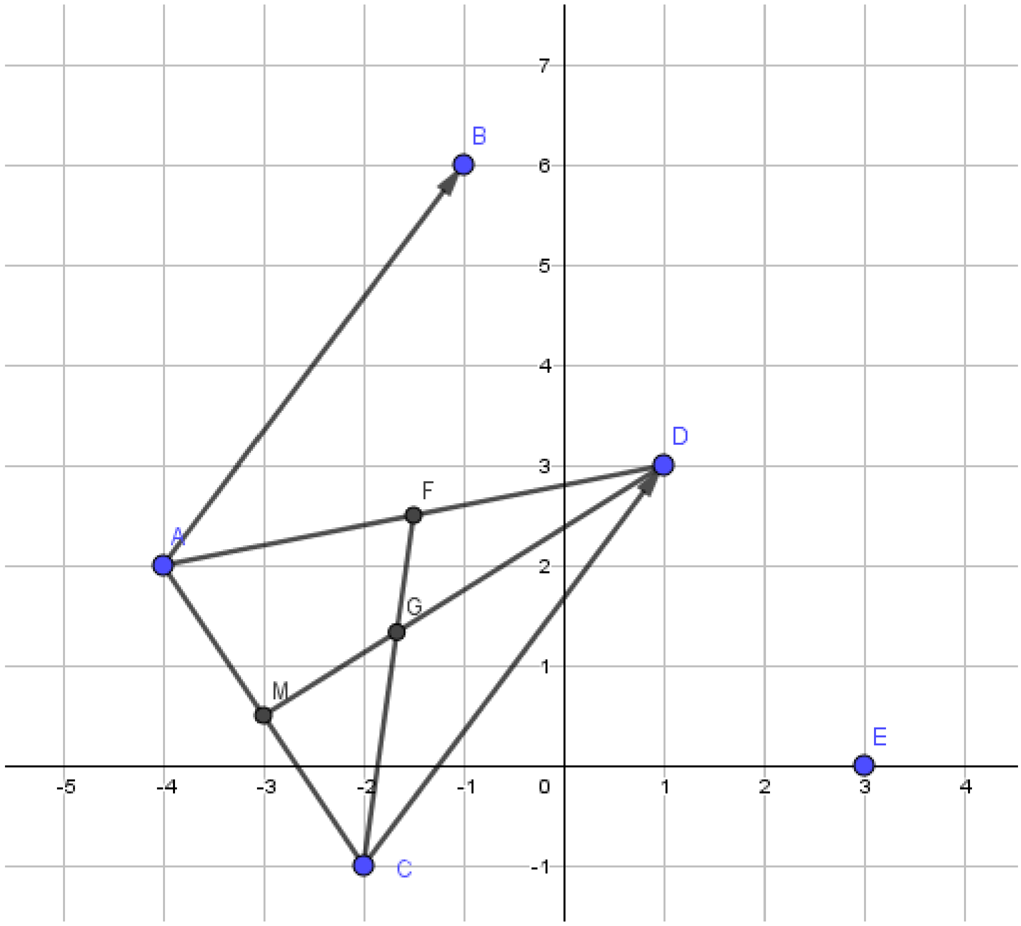
1. $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MB}$, les vecteurs $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ sont donc colinéaires de sens opposés. En norme (longueur), $MA = \frac{3}{4}MB$
2. $7\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MA} + 4\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}\right) = 3\overrightarrow{MA} + \cancel{4\overrightarrow{MA}} + \cancel{4\overrightarrow{AM}} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}$
3. $7\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = -\frac{4}{7}\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AB}$; la construction est alors simple (si [AB] compte 7 carreaux, on place M à 4 carreaux à partir de A).

Exercice 25

$\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\ 1-\sqrt{3}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1+\sqrt{3}\\ -\sqrt{2}\end{pmatrix}$

On calcule le déterminant : $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) - (1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3}) = -2 - \left(1^2 - \sqrt{3}^2\right) = -2 - 1 + 3 = 0$

Correction exercice 26 livret 1S – TS (vecteurs)



2) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}xB-xA\\ yB-yA\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1+4\\ 6-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}1+2\\ 3+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}$

On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ donc **ABDC est un parallélogramme.**

3) Comme E symétrique de B par rapport à D alors $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DE}$.

$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}2\\ -3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}xE-1\\ yE-3\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}xE-1=2\\ yE-3=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}xE=3\\ yE=0\end{cases}$ donc **E(3 ; 0)**

$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$, donc ADEC est un parallélogramme.

4) F milieu de [AD] donc $xF = \dfrac{xA + xD}{2} = -1{,}5$ et $yF = \dfrac{yA + yD}{2} = 2{,}5$ donc **F(-1,5 ; 2,5).**

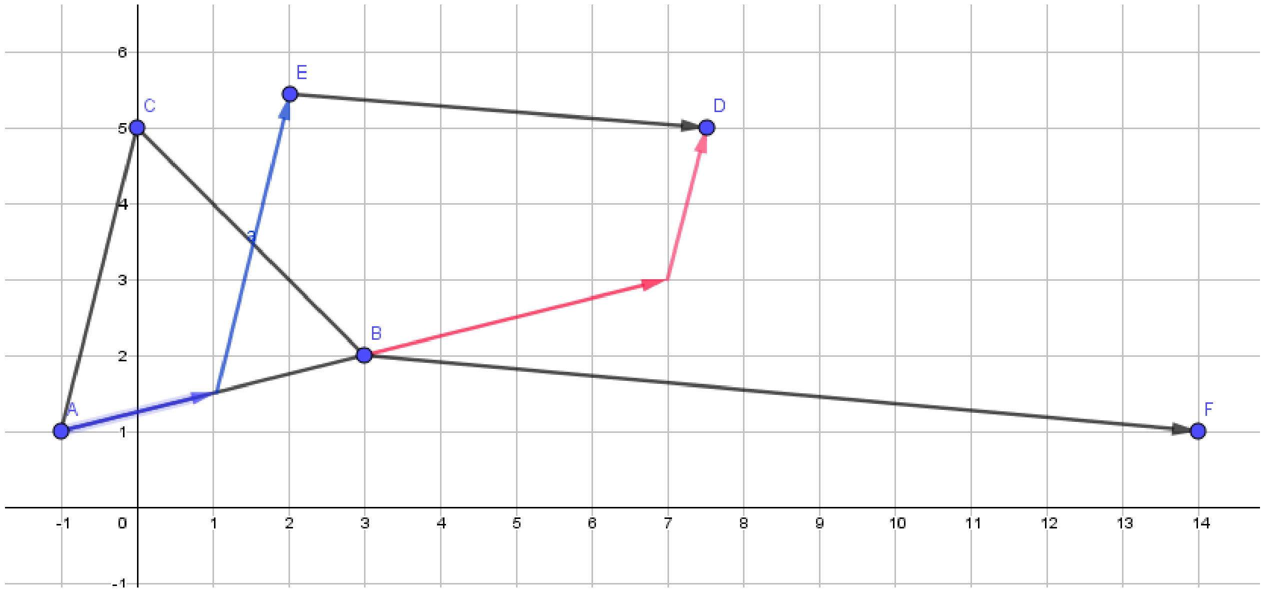
5) a) **Le centre de gravité d'un triangle est situé aux deux tiers de chaque médiane en partant du sommet**

donc $\overrightarrow{CG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CF} \Leftrightarrow \begin{pmatrix}xG+2\\ yG+1\end{pmatrix} = \dfrac{2}{3}\begin{pmatrix}0{,}5\\ 3{,}5\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases}xG+2=\dfrac{1}{3}\\ yG+1=\dfrac{7}{3}\end{cases}$ dong **G ($\dfrac{-5}{3}$; $\dfrac{4}{3}$).**

b) $\overrightarrow{AG}\begin{pmatrix}-5/3+4\\ 4/3-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7/3\\ -2/3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix}7\\ -2\end{pmatrix}$ Comme $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AG}$ alors $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires donc **A,E et G sont alignés.**

Correction exercice 27 livret 1S – TS (vecteurs)

1)



2) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

3) $AB = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{17}$. De même $AC = \sqrt{17}$ et $BC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ donc ABC est isocèle en A.(non rectangle)

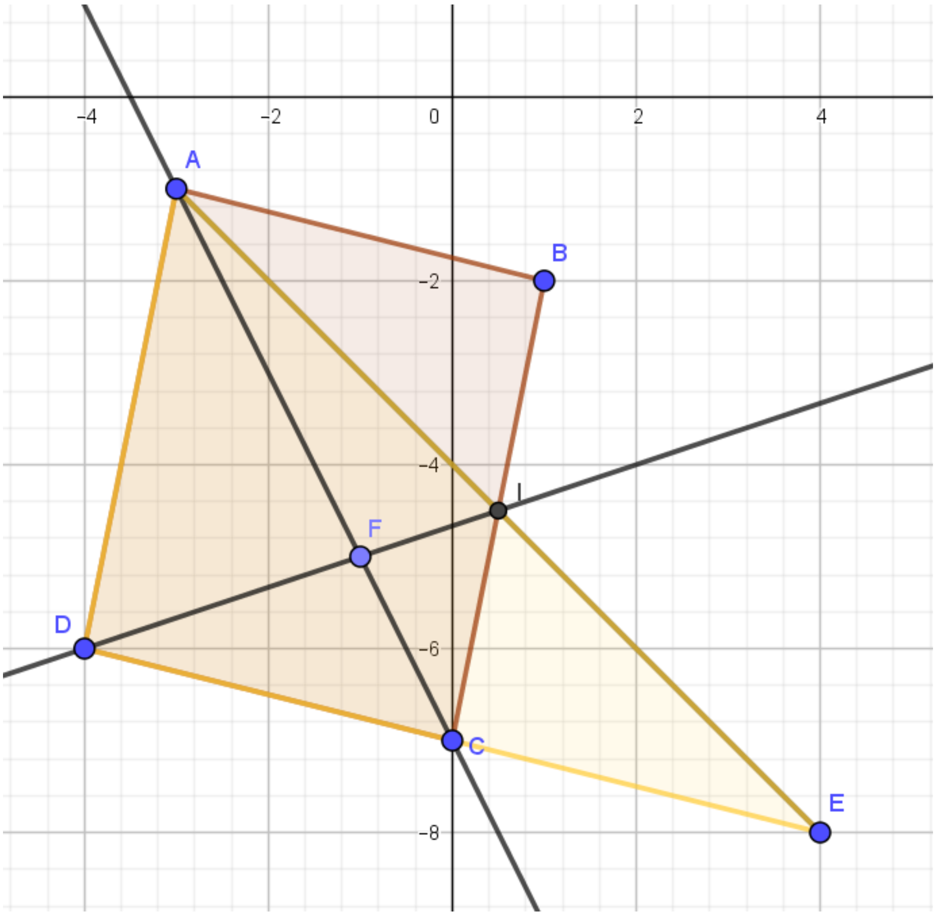
5) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 4 + \frac{1}{2} \times 1 \\ 1 + \frac{1}{2} \times 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,5 \\ 3 \end{pmatrix}$. De même $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} 3 \\ 4,5 \end{pmatrix}$

6) $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 4,5 \\ 3 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} xD - 3 = 4,5 \\ yD - 2 = 3 \end{cases}$ ainsi **D(7,5 ; 5)** . De même **E(2 ; 5,5).**

7) $\overrightarrow{BF}\begin{pmatrix} 11 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{ED}\begin{pmatrix} 5,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}$.

Comme $\overrightarrow{BF} = 2\,\overrightarrow{ED}$ alors **$\overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{ED}$ sont colinéaires.**

Exercice 28



1. ABCD est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ avec $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}0-x_D\\-7-y_D\end{pmatrix} \Longrightarrow$ **D(– 4 ; – 6)**
2. (AC) a pour équation y = m*x* + p avec $m = \frac{y_C-y_A}{x_C-x_A} = \frac{-7-(-1)}{0-(-3)} = \frac{-6}{3} = -2$

   y = 2*x* + p et si on considère que C∈(AC) on peut écrire – 7 = 2×0+p ⟹ p = – 7

   d'où **(AC) : y = – 2*x* – 7**
3. E est le symétrique de D par rapport à C si et seulement si $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CE}$

   Or $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}4\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CE}\begin{pmatrix}x_E\\y_E+7\end{pmatrix}$; on en déduit : **E(4 ; – 8)**
4. Si *x* = – 1 alors y = – 2 ×(–1) – 7 = –5 ⟹ **F(–1 ; –5)**
5. $\begin{cases} x_I = \frac{x_A+x_E}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{y_A+y_E}{2} = \frac{-1-8}{2} = -\frac{9}{2} \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \boldsymbol{I\left(\frac{1}{2};-\frac{9}{2}\right)}$
6. $\overrightarrow{DF}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DI}\begin{pmatrix}4{,}5\\1{,}5\end{pmatrix} \Longrightarrow \overrightarrow{DI} = 1{,}5\overrightarrow{DF}$ donc ces deux vecteurs sont colinéaires ; donc D, F, I sont alignés

   F est le centre de gravité du triangle ADE
7. (DF) a pour équation y = m*x* + p avec $m = \frac{y_F-y_D}{x_F-x_D} = \frac{-5-(-6)}{-1-(-4)} = \frac{1}{3}$

   $y = \frac{1}{3}x + p$ et si on considère que D∈(DF) on peut écrire $-6 = \frac{1}{3} \times (-4) + p \Longrightarrow p = -\frac{14}{3}$

   d'où (DF) : $\boldsymbol{y = \frac{1}{3}x - \frac{14}{3}}$
8. (DF) est sécante à l'axe des abscisses car son coefficient directeur est non nul.

   $\frac{1}{3}x - \frac{14}{3} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{x = 14}$

Exercice n°29 :

1. On appelle I le milieu de [AB] : I$\left(\frac{-1+5}{2};\frac{2+3}{2}\right)$ càd I(2; 2,5). Et $\overrightarrow{AB}\binom{6}{1}$

$M(x;y)\in D \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow 6(x-2)+1(y-2,5)=0 \Leftrightarrow 6x+y-14,5=0 \Leftrightarrow y=-6x+14,5$

Equation cartésienne *Equation réduite*

2. $M(x;y)\in C \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0 \Leftrightarrow (-1-x)(5-x)+(2-y)(3-y)=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+y^2-5y+1=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2-4+(y-2,5)^2-6,25+1=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2,5)^2=5,25=\frac{37}{4}$

Donc le centre du cercle est le point I(2 ; 2,5) et de rayon $r=\sqrt{\frac{37}{4}}=\frac{\sqrt{37}}{2}$.

3. $M(x;y)\in T \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{MA}=0 \Leftrightarrow -1(-1-x)+2(2-y)=0$

$\Leftrightarrow 1+x+4-2y=0$

$\Leftrightarrow x-2y+5=0$: Equation cartésienne de T

EXERCICE n°30 :

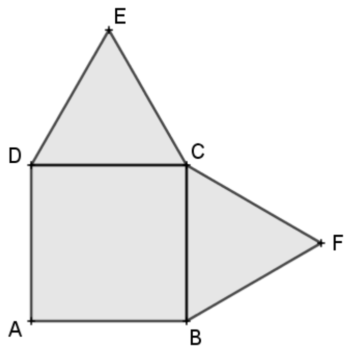
2. a. Dans le repère $(A;\ \overrightarrow{AB};\ \overrightarrow{AD})$:

A(0 ; 0) B(1 ; 0) C(1 ; 1) D(0 ; 1) $E(\frac{1}{2};1+\frac{\sqrt{3}}{2})$

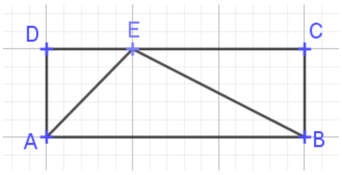
$F(1+\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2})$

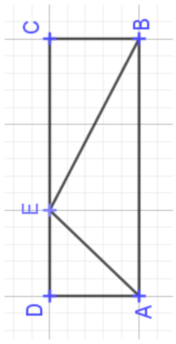
b. $\overrightarrow{BE}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ 1+\frac{\sqrt{3}}{2}\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}1+\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{AF}=-\frac{1}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$ donc (BE)⊥(AF).



EXERCICE n°31:





1.

2. a. $EA=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ $EB=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

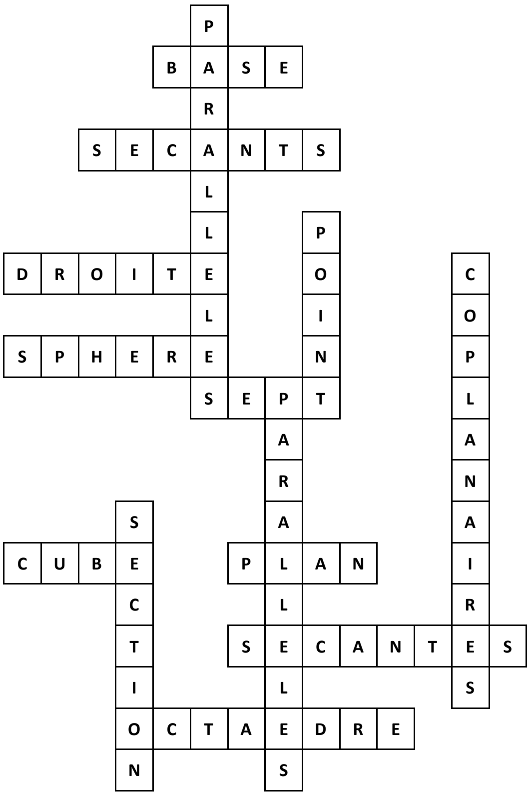
b. $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}=\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\cos(\overrightarrow{EA};\ \overrightarrow{EB})$.

3. a. Dans le repère $(D;\ \overrightarrow{DA};\ \overrightarrow{DE})$: A(1 ; 0) B(1 ; 3) C(0 ; 3) D(0 ; 0) E(0 ; 1).

b. $\overrightarrow{EA}\binom{1}{-1}$ $\overrightarrow{EB}\binom{1}{2}$ $\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EB}=1\times1-1\times2=-1.$

4. Par conséquent : $\cos(\overrightarrow{EA};\ \overrightarrow{EB})=-\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{10}}{10}$ donc $(\overrightarrow{EA};\ \overrightarrow{EB})\approx 1,89\ rad.$

Exercice 32



Exercice 33

Partie A. **1.** d. **2.** b. **3.** a.

Partie B.
$\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG}$ $\quad$ $\overrightarrow{EL} + \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{HD} = \overrightarrow{EJ}$
$\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{EL} = \overrightarrow{OK}$ $\quad$ $\overrightarrow{NH} + \overrightarrow{FL} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{NA}$
$\overrightarrow{LF} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{LP}$ $\quad$ $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{GL} + \overrightarrow{NO} = \overrightarrow{EF}$

Partie C. **1.** F (1 ; 0) , K (2 ; 1) , G (1 ; 1) , O (0 ; 2).

2. C (1 ; 1 ; 1) , M (0 ; 2 ; 1) , J (2 ; 1 ; 1) , I (2 ; 0 ; 1).

Prérequis :

Radian, cercle trigonométrique, valeurs remarquables et angles associés, formules d'addition

Exercice 34 :

Déterminer la mesure principale en radians des angles orientés ci-dessous, puis pour chacune des mesures trouvées, donner deux réels positifs et deux réels négatifs associés sur le cercle trigonométrique.

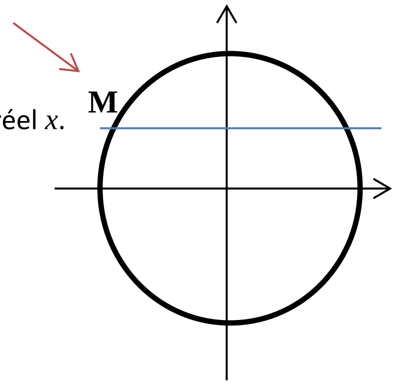
$\frac{101\pi}{6} = 8 \times \frac{12\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}$ mesure principale $\frac{5\pi}{6} \to \frac{17\pi}{6} \to \frac{29\pi}{6} \to \frac{-7\pi}{6} \to \frac{-19\pi}{6}$

$\frac{-53\pi}{3} = -8 \times \frac{6\pi}{3} + \frac{-5\pi}{3}$ mesure associée : $\frac{-5\pi}{3}$ mesure principale $\frac{\pi}{3} \to \frac{7\pi}{3} \to \frac{13\pi}{3} \to \frac{-5\pi}{3} \to \frac{-11\pi}{3}$

$\frac{51\pi}{4} = 6 \times \frac{8\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}$ mesure principale $\frac{3\pi}{4} \to \frac{11\pi}{4} \to \frac{19\pi}{4} \to \frac{-5\pi}{4} \to \frac{-13\pi}{4}$

Exercice 35 :

On considère un réel x tel que : $\sin x = \frac{3}{7}$ et $x \in [\frac{\pi}{2} ; \pi]$.



1) Placer approximativement le point M sur le cercle trigonométrique associé au réel x.

2) Déterminer la valeur exacte de $\cos x$.

On a : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow (3/7)^2 + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = \frac{40}{49}$ or $\cos x < O$ donc $\cos x = \sqrt{\frac{40}{49}} = \frac{2\sqrt{10}}{7}$

3) Donner un arrondi de x à 0,01 radian près.

Comme $\sin x = \frac{3}{7}$ alors $x \approx \pi - 0{,}44 \approx 2{,}7$ rad ($\arccos \frac{3}{7} \approx 0{,}44$ rad)

Exercice 36 :

1) Résoudre l'équation $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ dans Ψ , dans $]-\pi ; \pi]$, dans $[0 ; 2\pi[$.

dans Ψ , $x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ ($k \in \Omega$) dans $]-\pi ; \pi]$ et dans $]0 ; 2\pi]$, $x = \frac{\pi}{3}$ ou $x = \frac{2\pi}{3}$

2) Résoudre l'équation $\cos x = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ dans Ψ, dans $]-\pi ; \pi]$, dans $]0 ; 2\pi]$.

dans Ψ , $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \frac{-3\pi}{4} + 2k\pi$ ($k \in \Omega$) dans $]-\pi ; \pi]$, $x = \frac{3\pi}{4}$ ou $x = \frac{-3\pi}{4}$

dans $]0 ; 2\pi]$, $x = \frac{3\pi}{4}$ ou $x = \frac{5\pi}{4}$

3) Résoudre l'équation $\sin 2x = \frac{1}{2}$ dans Ψ et dans $]-\pi ; \pi]$.

dans Ψ , $2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ($k \in \Omega$) $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{12} + k\pi$ ($k \in \Omega$)

dans $]-\pi ; \pi]$, $x = \frac{\pi}{12}$ ou $\frac{-11\pi}{12}$ ou $x = \frac{5\pi}{12}$ ou $\frac{-7\pi}{12}$

4) Résoudre l'équation $\cos (x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$ dans Ψ et dans $[0 ; 2\pi[$.

dans Ψ , $x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $x + \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$ ($k \in \Omega$) $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi$ ou $x = \frac{-7\pi}{12} + 2k\pi$ ($k \in \Omega$)

dans $]-\pi ; \pi]$, $x = \frac{\pi}{12}$ ou $\frac{-7\pi}{12}$

Exercice 37 :

Ecrire en fonction de sin x et/ou cos x.

A = $\sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(-x) + \sin(\pi + x) - \cos(\frac{\pi}{2} + x)$

A = cos x + cos x – sin x – sin x

A = 2 cos x – 2 sin x.

B = $\sin(-x) - \cos(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\pi - x)$

B = - sin x – sin x – cos x

B = - 2 sinx – cos x

Exercice 38 :

1) $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$ et $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12}$

2) En utilisant les formules d'additions, calculer les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$; $\sin\frac{\pi}{12}$; $\cos\frac{7\pi}{12}$ et $\sin\frac{7\pi}{12}$.

$\cos\frac{\pi}{12} = \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

$\sin\frac{\pi}{12} = \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

$\cos\frac{7\pi}{12} = \cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} - \sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

$\sin\frac{7\pi}{12} = \sin\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

Exercice 39 : Pour chercher !

1) Résoudre sur $[0 ; 2\pi[$, $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$.
   On pose X = sin x , on obtient l'équation $2X^2 + X - 1 = 0$.
   On trouve $\Delta = 9$ $X_1 = \frac{1}{2}$ et $X_2 = -1$.
   On résout : sin x $= \frac{1}{2}$ donc , dans $[0 ; 2\pi[$, x = $\frac{\pi}{6}$ ou $\frac{5\pi}{6}$ et sin x = - 1 donc x = $\frac{3\pi}{2}$
   Ainsi S = $\{\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6} ; \frac{3\pi}{2}\}$

2) a) Développer $(2 + 2\sqrt{3})^2 = 4 + 8\sqrt{3} + 12 = 20 + 8\sqrt{3}$

b) Résoudre sur $]-\pi; \pi]$, $4\cos^2 x + (2 - 2\sqrt{3})\cos x - \sqrt{3} = 0$.

On pose X = cos x , on obtient l'équation $4X^2 + (2 - 2\sqrt{3})X - \sqrt{3} = 0$.

On trouve $\Delta = (2 - 2\sqrt{3})^2 - 4 \times 4 \times (-\sqrt{3}) = 20 - 8\sqrt{3} + 16\sqrt{3} = 20 + 8\sqrt{3} = (2 + 2\sqrt{3})^2$

$X_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $X_2 = \frac{-1}{2}$.

On résout : cos x $= \frac{\sqrt{3}}{2}$ donc , dans $]-\pi; \pi]$, x = $\frac{\pi}{6}$ ou $\frac{-\pi}{6}$ et cos x = $\frac{-1}{2}$ donc x = $\frac{2\pi}{3}$ ou $\frac{-2\pi}{3}$

Ainsi S = $\{\frac{\pi}{6} ; \frac{-\pi}{6} ; \frac{2\pi}{3} ; \frac{-2\pi}{3}\}$

3) a) Montrer que pour tout réel t, $\sqrt{3}\cos t - \sin t = 2\cos(\frac{\pi}{6} + t)$

$2\cos\left(\frac{\pi}{6}+t\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{6}\cos t - \sin\frac{\pi}{6}\sin t\right) = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos t - \frac{1}{2}\sin t\right) = \sqrt{3}\cos t - \sin t.$

b) En déduire les solutions dans Ψ de l'équation $\sqrt{3}\cos t - \sin t = 1$

$\sqrt{3}\cos t - \sin t = 1 \Leftrightarrow 2\cos\left(\frac{\pi}{6}+t\right) = 1 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{6}+t\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

dans Ψ, $\frac{\pi}{6}+t = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ou $\frac{\pi}{6}+t = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi$ $(k \in \Omega)$

dans Ψ, $t = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $t = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi$ $(k \in \Omega)$

Exercice 40

ALGO 1 : on cherche à résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

- « l'équation n'a pas de solution »
- $-\frac{b}{2a}$
- $\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
- $\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

ALGO 2 : on travaille avec certaines propriétés des vecteurs

- $x_B - x_A$
- $y_B - y_A$
- $x_D - x_C$
- $y_D - y_C$
- sont parallèles
- sont perpendiculaires

ALGO 3 : équations de cercles

- d prend la valeur $(x + \ldots)^2 + (y - \ldots)^2$
- rayon 5 (et non 25)
- Au disque de centre A et de rayon 5

Exercice 41

1. u = 1 donne u = 4 puis u = 2 puis u = 1 etc…..
2. a/ 16 ; 4 ; 2 ; 1 puis un cycle
   b/ 15 ; 46 ; 23 ; 70 ; 35 ; 106 ; 58 ; 29 ; 88 ; 44 ; 22 ; 11 ; 34 ; 17 ; 52 ; 26 ; 13 ; 40 ; 20 ; 10 ; 5 ; 16 ; 4 ; 2 ; 1 puis un cycle

Exercice 42

1. C'est la probabilité que la galette ne contienne pas de fève, et aussi la probabilité que le nombre aléatoire appartienne à [0 ; 0,08[
2. c : compteur (du nombre de galettes sans fève)
3. fréquence des galettes sans fève dans un échantillon de taille 200
4. Si X est le nombre de galettes sans fève, la loi de X est binomiale de paramètres n = 200 et p = 0,08 donc le nombre demandé est l'espérance de X : $E(X) = np = 200 \times 0{,}08 = 56$
5. Détermine la taille de l'échantillon à constituer pour qu'il contienne 50 galettes sans fèves

Exercice 43

1.
   a/ $f(a) = f(3) = 3^2 = 9$ et $f(a+1) = f(4) = 4^2 = 16$
   b/ voir tableau
   c/ d tend vers 6 ; c'est le nombre dérivé de f en 3 c-a-d $f'(3)$
   d/ si $f(x) = x^2$ alors $f'(x) = 2x$ donc ici $f'(x) = 2 \times 5 = 10$

2. Le taux de variation ne semble pas avoir de limite réelle ; f n'est pas dérivable en 0 ($f'(0)$ n'existe pas).

I	***d***	***h***
1	7	0.1
2	6.1	0.01
3	6.01	0.001
4	6.001	0.0001
5	6.0001	0.00001
6	6.00001	0.000001
7	6.000001	0.0000001
8	6.0000001	0.00000001