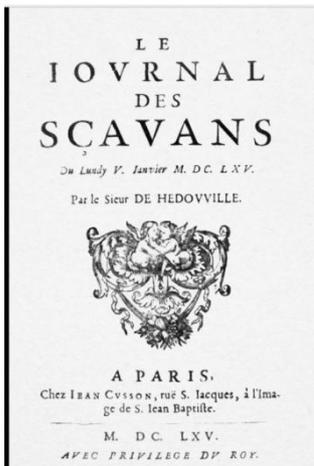


Partie Histoire : Les sciences au XVIIe siècle

Répondez aux questions suivantes en vous aidant des liens proposés:



a) En quoi le XVIIe siècle présente-t-il un contexte favorable au développement des nouvelles idées ?

- Quels sont les acteurs et les outils qui favorisent cet essor ?
- Expliquez la phrase : « Au XVII^e siècle on passe des spéculations aux inventions »

Reprenez le TP MPS Géographie : **Le Dessous des Cartes Les cartes de Cassini une épopée cartographique** du 29 septembre

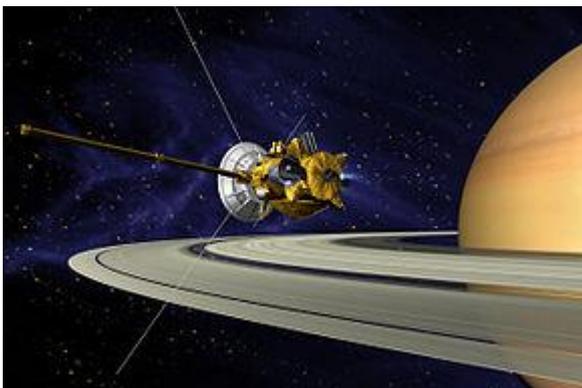
Premier numéro du *Journal des savants* daté du 5 janvier 1665.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Math%C3%A9matiques_en_Europe_au_XVIIe_si%C3%A8cle

b) Rédigez une biographie ordonnée et illustrée de Christian Huygens :

- sa formation,
- sa place dans l'Académie des sciences et ses liens avec JD Cassini
- ses recherches et ses découvertes

- ✓ https://fr.wikipedia.org/wiki/Christian_Huygens
- ✓ <http://expositions.obspm.fr/cassini/pages/travaux6.php>
- ✓ <http://expositions.obspm.fr/cassini/pages/collaborateurs2.php>



Dessin de la sonde et des anneaux de Saturne

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Cassini-Huygens>



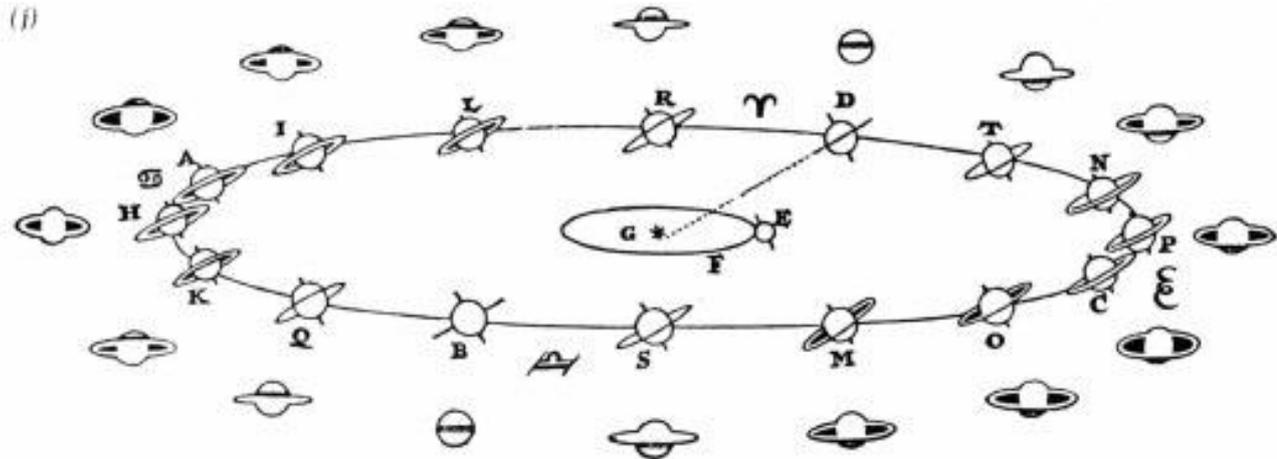
Portrait probable de Huygens (de face), détail de *Colbert* présentant à *Louis XIV* les membres de l'*Académie des Sciences*, *Henri Testelin*, 1667

c) Enfin expliquez pourquoi la mission internationale d'observation de Saturne lancée en 1997 a-t-elle pris le nom de mission Cassini-Huygens ?

Partie mathématique

I- Aspect des anneaux de Saturne

D'après https://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/cdroms/cdrom2009/cd_saturne/



Voici le dessin de Huygens paru en 1659 dans *Systema Saturnium* pour expliquer la nature de Saturne, une planète entourée d'un anneau et l'aspect de ce dernier au cours de la révolution de la planète.

On peut y voir :

- les orbites héliocentriques de la Terre et de Saturne, pratiquement dans le même plan (inclinaison de l'orbite de Saturne $2^{\circ}30'$ par rapport au plan de l'écliptique).
- les différentes phases de Saturne lors de sa rotation autour du Soleil avec l'orientation propre des anneaux.
- quatre signes du Zodiaque A D G J Bélier, Gémeaux, Balance, Capricorne servant de repère longitude.
- à l'extérieur l'aspect de Saturne vu de la Terre.
- la Terre (E) inclinée de $23,5^{\circ}$ sur le plan écliptique, dessinée avec son axe de rotation.

La révolution sidérale de Saturne sur son orbite est de 29 ans et 167 jours.

L'anneau est en fait formé de multiples anneaux plus ou moins larges, plus ou moins denses constitués de particules de glaces, rochers, micro poussières...

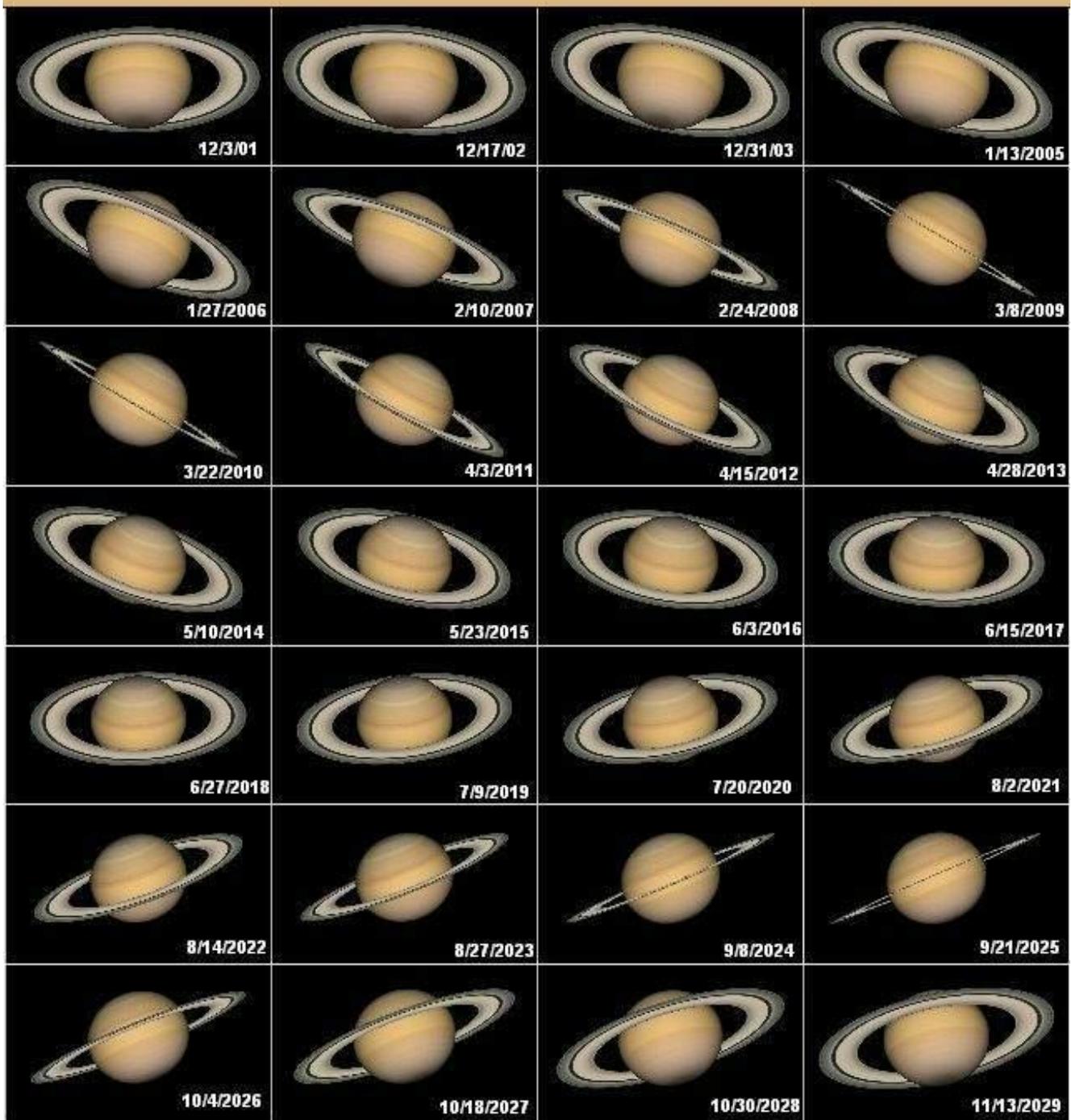
1) Etude du schéma de Huygens

Prérequis :

- éléments de repérage donnés lors de la séance planétarium.
- explication des saisons sur Terre.

- Le signe du Bélier γ est situé entre les positions **D** et **R**, le point vernal, origine des coordonnées écliptiques est situé actuellement approximativement vers **D** un peu avant le début du Bélier.
On peut donc situer la Terre en fonction de l'époque de l'année sur le schéma car à l'équinoxe de printemps, le Soleil est positionné dans le ciel terrien dans la constellation du bélier sur le point vernal.
 - Positionner la Terre sur le schéma à l'équinoxe de printemps.
 - A quel moment de l'année, Huygens a-t-il représenté la Terre ? Est-ce cohérent avec l'inclinaison de l'axe de la Terre qu'il a donnée ?
- Comprendre le schéma de Huygens sur l'explication de la vision de Saturne et de ses anneaux vus depuis la Terre.
 - Dans le tableau fourni ci-dessous, numérotez les images de Saturne (obtenues par un logiciel de calcul.)
 - Sur le schéma, positionner chacune des images de Saturne par leur numéro. Pourquoi le tableau contient-il les positions de Saturne du 3/12/2001 au 13/09/2029?
 - Le schéma de Huygens est-il « à l'échelle » ? est-ce que cela nuit à son explication ?

Saturn Oppositions: 2001 - 2029

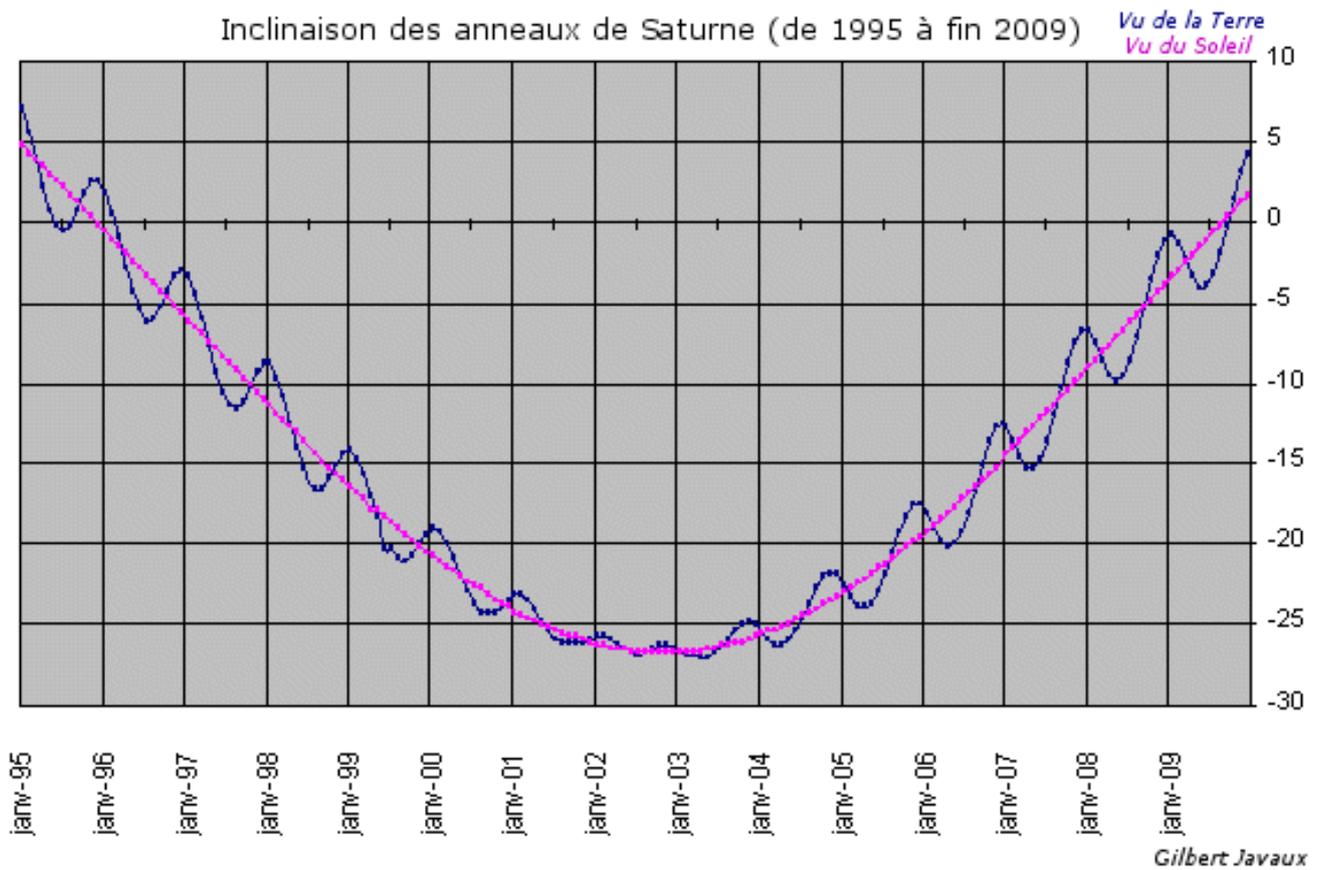


c) Le plan des anneaux reste parallèle à lui-même au cours de la révolution de Saturne.

- Quand les anneaux disparaissent-ils ? Donner les positions de la Terre, du Soleil et de Saturne qui peuvent correspondre sur le schéma en s'aidant de leur position par rapport au plan des anneaux.

- Quelle est la fréquence de ce phénomène ?

- d) A l'aide du schéma de Huygens, comprendre le relevé ci-dessous et l'expliquer par quelques phrases et un schéma.



<http://pgj.pagesperso-orange.fr/anneaux.htm>

2) Utilisation du logiciel Geogebra 3D pour faire une animation simplifiée de la rotation de la Terre et de Saturne et ses anneaux autour du Soleil.

- a) Les deux planètes tournent autour du Soleil dans le plan de l'écliptique selon une ellipse dont le Soleil est un foyer.
- Récupérer par copie d'écran sur le site de l'IMCCE (voir indications ci-dessous) les coordonnées de 12 points correspondant à différentes positions de la Terre pendant une année à partir de la date d'aujourd'hui.
 - Puis récupérer les coordonnées de 12 points correspondant à différentes positions de Saturne dans les 30 ans suivant la date d'aujourd'hui.

Pour les planètes du système solaire: <http://vo.imcce.fr/webservices/miriade/?forms>

Attention à bien régler les paramètres comme indiqué ci-après et mettre la date d'aujourd'hui sous le format demandé avec espace (appeler le professeur pour interpréter les données chiffrées obtenues après avoir cliqué sur « calculer »).

On ne gardera que la distance et la longitude car on simplifiera en faisant tourner la Terre et Saturne dans le même plan (celui de l'écliptique). En réalité celui de Saturne est incliné d'environ $2,4^\circ$ par rapport à celui de l'écliptique (ce qui est très peu !).

Ephemerides **ViSiON** **ESO Phase 2**

Target:

Epoch:

Reference center:

Advanced parameters ▲

Planetary theory	Reference Plane	Type of Coordinates
INPOP	Ecliptic	Spherical
INPOP	Equator	Spherical
DE405/LE405	Ecliptic	Rectangular
DE406/LE406		Dedicated to obs.
DE403/LE403		

Type of Ephemeris

- AstrometricJ2000**
- AstrometricJ2000
- ApparentOfDate
- MeanJ2000
- MeanOfDate

Miriade - Positional ephemeris

Provided by IMCCE/CNRS/OBSPi

Planet (6) Saturn

Target	Date	Longitude "d:m:s"	Latitude "d:m:s"	Distance au	H
Saturn	2017-10-24T00:00:00.00	268 11 19.1153	+01 4 2.3969	10.063190925	-8.88
Saturn	2018-10-24T00:00:00.00	279 9 27.6609	+00 37 12.9208	10.062751218	-8.88
Saturn	2019-10-24T00:00:00.00	290 9 4.8568	+00 8 57.9877	10.040883025	-8.88
Saturn	2020-10-23T00:00:00.00	301 12 59.7007	-00 19 47.7998	9.997678469	-8.88
Saturn	2021-10-23T00:00:00.00	312 24 7.1805	-00 48 7.0687	9.934168236	-8.88
Saturn	2022-10-23T00:00:00.00	323 45 14.0751	-01 14 58.9151	9.852901492	-8.88
Saturn	2023-10-23T00:00:00.00	335 18 43.4932	-01 39 18.7708	9.757433044	-8.88
Saturn	2024-10-22T00:00:00.00	347 6 35.4362	-01 59 59.4688	9.651798192	-8.88
Saturn	2025-10-22T00:00:00.00	359 10 25.2530	-02 15 53.6037	9.540456959	-8.88
Saturn	2026-10-22T00:00:00.00	11 31 14.8516	-02 25 57.3639	9.428262563	-8.88
Saturn	2027-10-22T00:00:00.00	24 9 22.6254	-02 29 16.0592	9.320312837	-8.88
Saturn	2028-10-21T00:00:00.00	37 4 14.4774	-02 25 11.1221	9.221835631	-8.88

b) A l'aide de Geogebra2D et 3D

- Ouvrir une page blanche de Geogebra, positionner le Soleil à l'origine et les 24 points demandés à l'aide de la barre de Saisie : exemple pour la Terre, saisir « T1= (distance ; longitude°) », etc ... garder un maximum de précision et convertir les angles en notation décimale!
- Choisir 5 points sur chacune des deux orbites bien espacés, mettre leur date en évidence sur la figure, puis avec l'outil bouton « ellipse passant par 5 points », construire l'ellipse qui correspond à l'orbite de la Terre puis celle de Saturne et vérifier qu'elles passent bien par les autres points construits.
- Déterminer avec les commandes du logiciel Geogebra: centre, excentricité, foyers, axes de l'ellipse et comparer avec les valeurs fournies sur le site Wikipedia.
- Construire l'axe correspondant à l'origine des longitudes comme sur le schéma de Huygens.

c) Animation :

- Créer un curseur qui symbolisera le temps.
- Pourquoi la deuxième loi de Kepler ne permet pas d'animer simplement vos planètes sur leur trajectoire ?
- En simplifiant et en considérant que l'orbite est parcourue par les planètes avec un mouvement uniforme, construire un cercle de rayon 1 u.a. puis animer deux points de ce cercle (T et S) comme sur le TD du début d'année (attention à la date de départ : aujourd'hui). Ces deux points simulent la période de révolution de chacune des deux planètes, positionner ensuite par intersection les deux points donnant la position de la terre et de Saturne sur leur orbite (intersection entre ellipse et droite (Soleil-T) ou (Soleil-S)).

d) Mise en place du plan des anneaux et des anneaux (pour retrouver le schéma de Huygens).

- Se positionner dans le graphique 3D de Geogebra et voir apparaître le plan de la construction faite précédemment. Enlever les axes.
- Construire une sphère représentant Saturne (par exemple centrée sur S et de rayon 0,5).
- Construire le point de coordonnées sphériques P (1 ; 80° ; 62°), puis la droite (Soleil-P). Elle donne la direction de l'axe de rotation de Saturne.
- Construire la droite parallèle passant par le centre de Saturne S, puis le plan perpendiculaire à cette droite qui symbolise le plan de l'équateur de Saturne. Construire par intersection le cercle de l'équateur de Saturne, puis des anneaux ...
- Pour construire l'axe de rotation de la Terre Q (1 ; 90° ; (90-23,5)°).
- **Cette construction sera à finir et à figoler lors de la phase de production**

e) A l'aide de votre animation,

- Retrouver les dates et positions de Saturne sur la figure geogebra3D correspondant au tableau des images donné précédemment au 1). Retrouver la période pendant laquelle les anneaux vont disparaître prochainement. Interpréter en termes géométriques avec la notion de plans.
- Retrouver la position de Saturne, la Terre et le Soleil le jour de l'observation sur le parking du lycée (21 septembre) et comparer avec l'image de Saturne observée dans le télescope.
- Pourquoi ne voit-on pas Saturne en ce moment dans le ciel du soir ?

3) Utiliser le logiciel Stellarium pour retrouver les réponses aux questions posées depuis le début de l'étude 1) et 2). On positionnera la vision de Saturne depuis un observateur sur Terre.

II- Compléments sur la vie de Huygens et ses découvertes :

1) Huygens et la découverte de Titan :

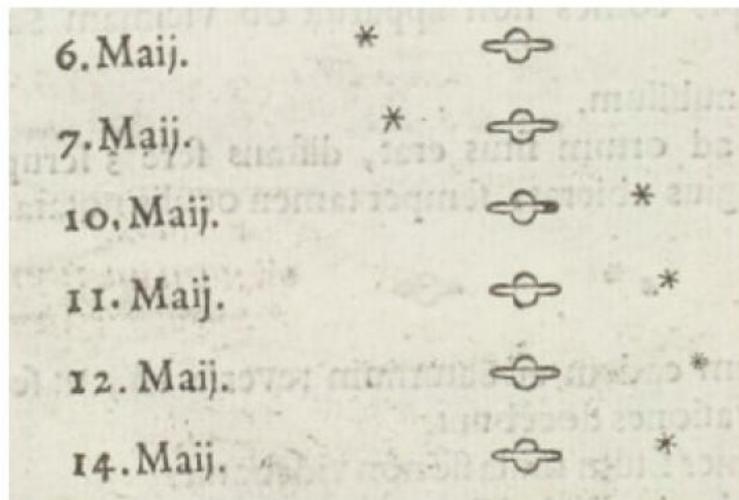


Figure 2. Schéma de Huygens rapportant sa découverte du satellite Titan (Luna Saturnia dans le texte¹). Les observations couvrent ici la période du 6 au 14 Mai 1655. Titan apparaît comme une petite étoile voyageant de part et d'autre de la planète (Smithsonian Institution Libraries/ Digital Collection).

- A l'aide du logiciel Stellarium, retrouver les positions de Titan vues par Huygens aux dates considérées et vérifier si elles sont cohérentes avec le dessin proposé.
- Retrouver la période de rotation de Titan à l'aide du logiciel.
- Positionner sur un schéma le Soleil, la Terre, Saturne et Titan pour les jours considérés.

2) Huygens et les probabilités :

Huygens écrit le premier traité sur le calcul des probabilités en 1657 *De ratiociniis in ludo aleae* (du calcul dans les jeux de hasard), il est édité en latin mais est rapidement traduit. Il restera l'ouvrage de référence jusqu'à celui de Jacob Bernoulli *Ars Conjectandi* (l'art de conjecturer)

A la fin de son traité, il laisse cinq exercices à chercher ... Les différentes approches pour résoudre et prolonger ces problèmes par les mathématiciens de l'époque vont faire avancer le concept de probabilité en mathématiques.

Ci-contre : première page de *De ratiociniis in ludo aleae*
<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Huygens.html>

Extrait (traduction française) que l'on étudiera en classe entière dans le chapitre probabilité et algorithmique.



DE
RATIOCINIIS
IN
LUDO ALEÆ.

Disi lusoniam, quæ sola fors moderatur, incertæ solent esse eventus, at tamen in his, quanto quis ad vincendum quàm perdendum propior sit, certam semper habet determinationem. Ut si quis primo jactu unâ tessellâ senarium jacere contendat, incertum quidem an vincat; at quanto verisimilius sit eum perdere quàm vincere, reipsâ definitum est, calculoque subducitur. Ita quoque, si cum aliquo certem hæc ratione, ut tervis ludibus consuet victoria, atque ego jam unum solum vicissim, incertum adhuc uter nostrum prior tertii victor sit evaluatur. Verùm quanti expectatio mea, & contra quoti illius, æstimari debeat, certissimo ratiocinio cognosci licet, atque hinc definire, si ludum uti est imperfectum linquere licet nos convenire, quanto major portio ejus quod depositum est mihi quàm adversario inco-tribuenda esset: vel etiam si quis in locum sortisque meam succedere cupiat, quo pretio me eam ipsi vendere æquum sit. Atque hinc innumera quæstiones exoriri possunt inter duos, tres, plurive collutores. Cuiusmodi minime vulgaris sit hujusmodi supputatio, & sæpe utiliter adhibeatur, breviter hæc quæ ratione aut methodo expedienda sit exponam; ac deinde etiam, quæ ad aleam sive tesseras proprie pertinent, explicabo.

Hoc autem utrobique utar fundamentis; nimirum, in aleæ ludo tantum æstimandum esse conjunctæ sortem seu expectationem ad aliquid

311

V V V

quid

'PREMIER PROBLÈME.

A et B jouent l'un contre l'autre avec 2 dés à la condition suivante: A aura gagné s'il jette 6 points, B s'il en jette 7. A fera le premier un seul coup; ensuite B 2 coups l'un après l'autre; puis de nouveau A 2 coups, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'un ou l'autre ait gagné. On demande le rapport de la chance de A à celle de B. Réponse: comme 10355 est à 12276.

TP algorithmique : Huygens et les probabilités

Huygens écrit le premier traité sur le calcul des probabilités en 1657 *De ratiociniis in ludo aleae* (du calcul dans les jeux de hasard), il est édité en latin mais est rapidement traduit. Il restera l'ouvrage de référence jusqu'à celui de Jacob Bernoulli *l'Arts Conjectandi* (l'art de conjecturer)

A la fin de son traité, il laisse cinq exercices à chercher ... les différentes approches pour résoudre et prolonger ces problèmes par les mathématiciens de l'époque vont faire avancer le concept de probabilité en mathématiques.

Ci-contre : première page de *De ratiociniis in ludo aleae* <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Huygens.html>

Extrait (traduction française) ci-dessous du premier problème qui lui a été proposé initialement par Pierre de Fermat.

PREMIER PROBLÈME.

A et B jouent l'un contre l'autre avec 2 dés à la condition suivante: A aura gagné s'il jette 6 points, B s'il en jette 7. A fera le premier un seul coup; ensuite B 2 coups l'un après l'autre; puis de nouveau A 2 coups, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'un ou l'autre ait gagné. On demande le rapport de la chance de A à celle de B. Réponse: comme 10355 est à 12276.

Questions :

- 1) Rappeler quelle est la probabilité d'obtenir une somme égale 7 et une somme égale à 6 avec deux dés à 6 faces non truqués. Que pouvez-vous en déduire pour les joueurs A et B ?
- 2) Pourquoi le problème évoqué par Huygens est très différent du problème proposé dans le TP sur la somme de deux dés fait en classe ?
- 3) On va simuler l'expérience aléatoire à l'aide de la calculatrice et du logiciel Python.
 - a) Décrire pas à pas, en face de chaque ligne, ce que calcule l'algorithme 1 par rapport à l'énoncé du problème.
 - b) A quoi N correspond-t-il concrètement dans l'expérience aléatoire?
 - c) Programmer cet algorithme 1 sur la calculatrice (attention aux sens inversé des flèches)
- 4) Localiser les différences entre l'algorithme 1 et l'algorithme 2. Que calcule l'algorithme 2 ?
- 5) Compléter les deux dernières lignes avec des mots de français en rapport avec l'énoncé du problème.



DE RATIOCINIIS IN LUDO ALEÆ.

Disi lusionum, quæ sola fors moderatur, incerti solent esse eventus, at tamen in his, quanto quis ad vincendum quàm perdendum propior sit, certam semper habet determinationem. Ut si quis primo jactu unâ tessellâ senarium jacere contendat, incertum quidem an vincet; at quantò verisimilius sit eum perdere quàm vincere, re ipsâ definitum est, calculoque subducitur. Ita quoque, si cum aliquo certem hac ratione, ut ternis ludibus constet victoria, atque ego jam unum ludum vicerim; incertum adhuc uter nostrum prior tertii victor sit evasurus. Verùm quanti expectatio mea, & contra quæsi illius, æstimari debeat, certissimo ratiocinio consequi licet, atque hinc definire, si ludum uti est imperfectum linquere inter nos conveniret, quantò major portio eius quod depositum est mihi quàm adversario incontribuenda esset: vel etiam si quis in locum fortunæ meam succedere cupiat, quo pretio me eam ipsi vendere æquum sit. Atque hinc innumera quæstiones exoriri possunt inter duos, tres, pluresve collutores. Cuiusque minimè vulgaris sit hujusmodi supputatio, & sæpe utiliter adhibeatur, breviter hæc quæ ratione aut methodo expedienda sit exponam, ac deinde etiam, quæ ad aleam sive tesseras propriè pertinent, explicabo.

Hæc autem utrobique utar fundamentis: nimirum, in aleæ ludo quanti æstimandam esse consuevit sortem seu expectationem ad ali-

VVV

quid

Algorithme 1:

```

G ← 0
N ← 1
A ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
Si A = 6 alors
  G ← 1
  Afficher « A gagne en 1 coup »
Sinon
  Tant que G ≠ 1
    B ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
    C ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
    Si B = 7 ou C = 7 alors
      G ← 1
      Afficher « B gagne »
    Sinon
      D ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
      E ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
      Si D = 6 ou E = 6 alors
        G ← 1
        Afficher « A gagne »
      Fin du Si
    Fin du Si
  Fin du Tant que
  N ← N+2
Fin du Si
Afficher « nombre de coups », N

```

Algorithme 2:

```

p ← 0
q ← 0
Pour I allant de 1 à 1000
  G ← 0
  A ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
  Si A = 6 alors
    G ← 1
    Afficher « A gagne en 1 coup »
  Sinon
    Tant que G ≠ 1
      B ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
      C ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
      Si B = 7 ou C = 7 alors
        G ← 1
        p ← p + 1
      Sinon
        D ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
        E ← (Entier aléatoire entre 1 et 6) + (Entier aléatoire entre 1 et 6)
        Si D = 6 ou E = 6 alors
          G ← 1
          q ← q+1
        Fin du Si
    Fin du Si
  Fin du Tant que
  Fin du Si
Fin du Pour
Afficher « ..... », p
Afficher « ..... », q

```