

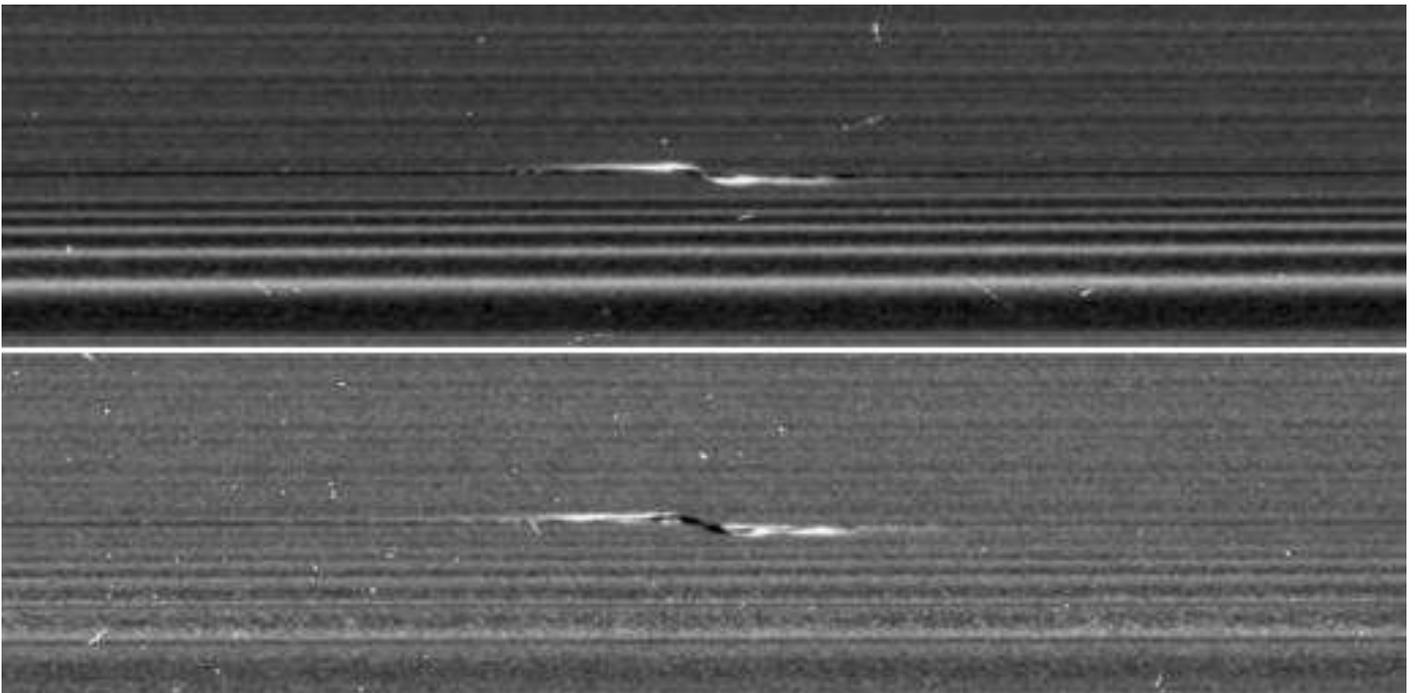
Thème n°5

Naviguer sur les anneaux de Saturne

M. AMALRIC (Physique Chimie),

Mme BOYER (Mathématiques)

M.SALVY (Français)



<https://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA21433> 2 mars 2017 mission Cassini-Huygens

Séance 1 : Français / Maths (partie 1 : introduction (1h) + partie 2 Math (1h))

Séance 2 : Physique : partie 2 Physique

Séance 3 : Physique / Français

Séance 4 : Physique

Séance 5 : fin et bilan des recherches

Partie 1 : Introduction

I- Linda Nagata , *Les Marées de Saturne* (1989), une nouvelle de science-fiction.

1. Identifier les principales innovations technologiques (objets, machines, etc) évoquées dans le récit : en repérant et en utilisant les développements qui leur sont consacrés, expliquer leur utilisation et leur fonctionnement.
2. Quelques éléments disséminés dans le récit permettent de se faire une idée du fonctionnement politique, social et économique de cet univers : les relever et les étudier, notamment en les mettant en relation.

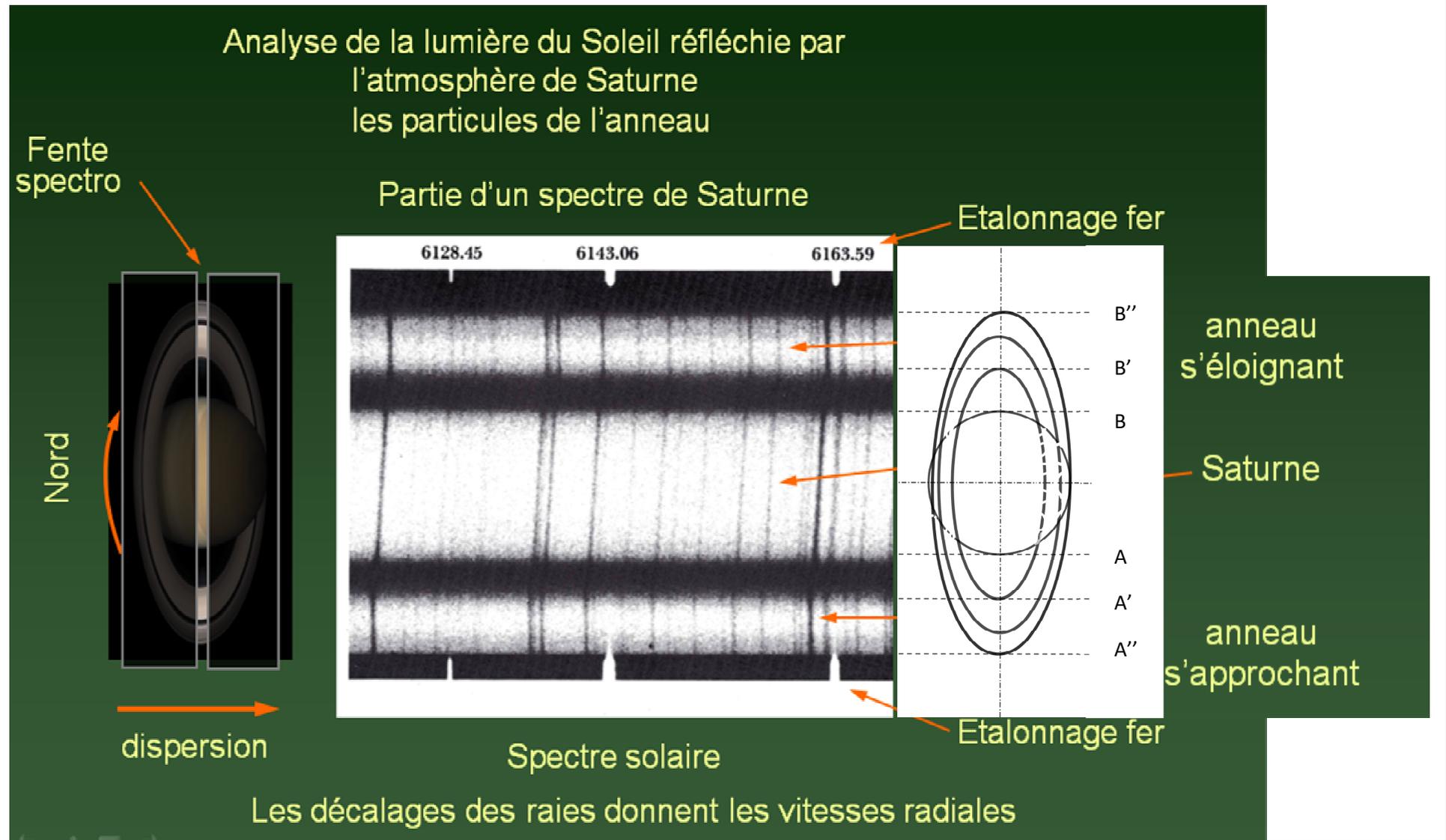
II- Un retour historique :

Sur wikipedia retrouver les dates clés et les auteurs des principaux questionnements sur la nature des anneaux de Saturne.

Partie 2 : Vitesses et étude des spectres (comme Maxwell):

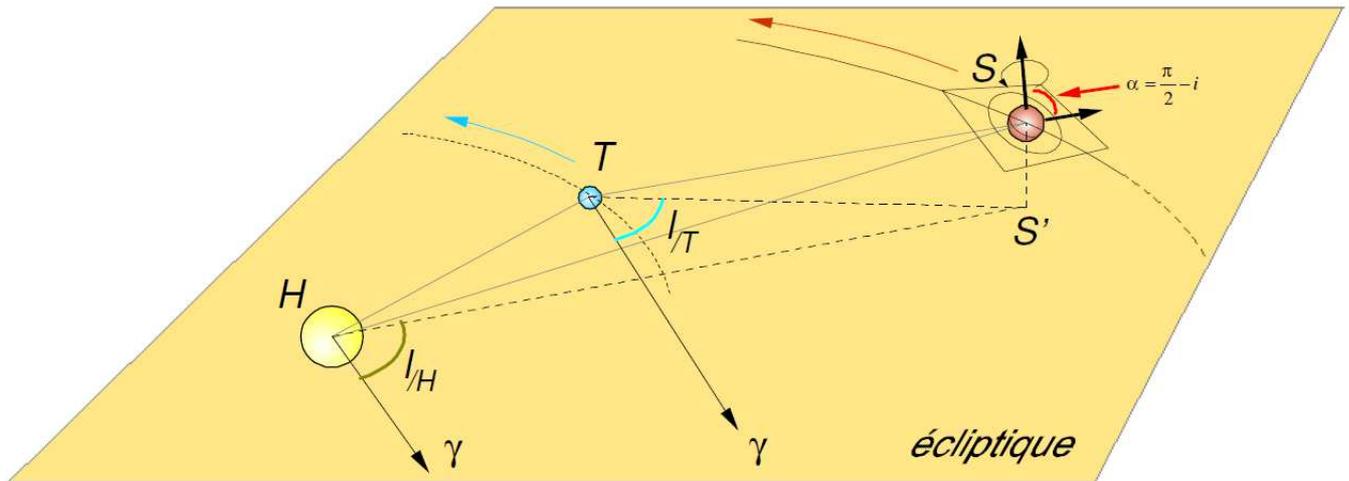
(sources pour l'étude : https://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/cdroms/cdrom2009/cd_saturne/index.html + cours de physique de terminale S)

Document 1 : Spectre de Saturne pris le 19 aout 1964 à l'observatoire de Lick en Californie



I- Un peu de maths pour comprendre ... les vitesses radiales

a) Configuration Soleil-Terre-Saturne le jour de la prise du spectre le 19 août 1964



A cette date :

- Dans le repère lié à la Terre, la différence de longitude entre le Soleil et Saturne est de environ 185° , donc les trois astres sont presque _____ . On en conclut que vu de la Terre, le Soleil et Saturne sont en _____ .
- On en déduit que les vitesses tangentielles de la Terre sur son orbite et de Saturne sur son orbite sont presque parallèles et donc que la vitesse radiale de Saturne dans le référentiel lié à la Terre est très petite. Placer sur le schéma les flèches représentant les deux vitesses tangentielles et interpréter la déduction précédente en termes d'éloignement et de rapprochement de Saturne par rapport à la Terre. Les éphémérides donnent une valeur de $-2,9\text{km/s}$.
- Pourquoi le schéma est-il cohérent avec la date du 19 août ? (la direction γ correspond à l'équinoxe de printemps)

b) Vitesse de rotation de Saturne et des anneaux vu depuis la Terre (référentiel terrestre)



- Vu de la Terre, l'angle d'ouverture des anneaux par rapport au plan de l'écliptique le 19 août 1964 est de $i = 9,4^\circ$. Faire un schéma de Saturne à côté de la photo correspondant à sa vue de profil du côté Est. Puis placer l'angle i .

- Positionner les deux points A et B correspondant aux extrémités extérieures de l'équateur de Saturne sur les deux schémas. En ces deux points, construire la flèche donnant la direction et le sens de leur vitesse V_A et V_B . Projeter cette vitesse sur le plan de l'écliptique (plan de l'observateur), on obtient la vitesse radiale observée de la Terre ($V_{R\text{ obs}}$).
- Prouver que : $V = \frac{V_{R\text{ obs}}}{\cos(i)}$ avec $i = 9,4^\circ$
- Pourquoi le point C sur l'équateur de Saturne à mi-chemin entre A et B a une vitesse radiale par rapport à l'observateur égale à 0 ? placer le point C sur l'image.

II- Physique : lecture et interprétation du spectre

Sur le document 1 les raies de l'élément fer sont données comme référence, en blanc, en haut et en bas du spectre, avec les valeurs au-dessus.

a) Astrophysique et effet Doppler

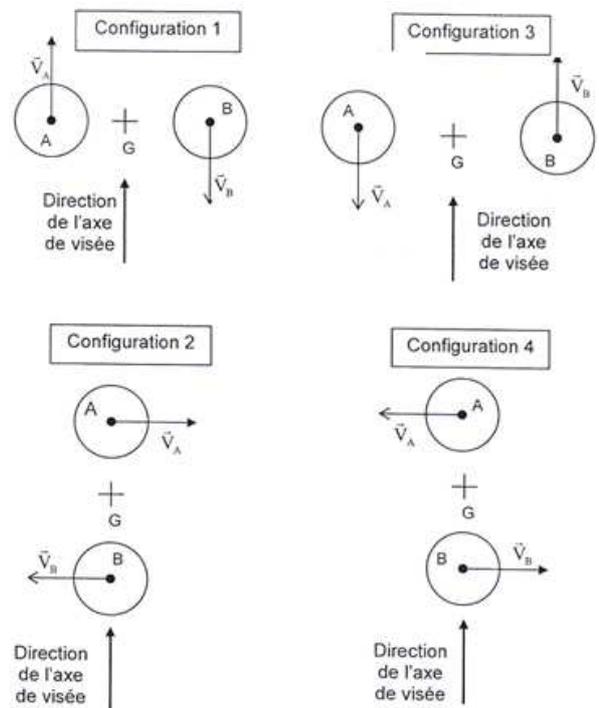
- 1) Quel est le type de spectre obtenu à l'observatoire de Lick en 1964 ?
- 2) Lecture du **document 1**

Dessiner un axe des longueurs d'onde passant par le centre de Saturne et l'orienter dans le sens croissant. Comment sont les raies du spectre du globe de Saturne par rapport à cet axe ? Vu le sens de rotation de Saturne, le point A est en mouvement vers l'observateur alors que le point B fuit l'observateur. Compléter la phrase suivante : la longueur d'onde reçue en provenance du point A est plus..... que celle reçue en provenance du point B.

- 3) *Lorsqu'une source de lumière est en mouvement par rapport à la Terre avec une certaine vitesse, la longueur d'onde reçue est modifiée par rapport à la longueur d'onde émise. C'est l'effet Doppler.*

En s'aidant du résultat de la question 2) et des schémas théoriques de la partie « Maths » et sachant que l'effet Doppler ne se manifeste pas lorsque la vitesse de la source est perpendiculaire à la direction de visée, compléter le tableau suivant où les deux sources A et B émettent avec la même longueur d'onde.

Remarque : sur ces schémas, l'observateur n'est pas représenté car il est à une très grande distance.



Relation entre λ_A et λ_B	$\lambda_A = \lambda_B$	$\lambda_A > \lambda_B$	$\lambda_A < \lambda_B$
Configuration(s) correspondante(s)			

4) L'effet Doppler est aussi rencontré lorsqu'une planète renvoie la lumière du Soleil vers la Terre. Cela se manifeste sur son spectre avec des raies obliques et un décalage des longueurs d'ondes absorbées par rapport au centre de chacune d'elle (absence d'effet Doppler au centre du spectre d'après la question 3)).

Suivant que le point (obstacle qui réfléchit la lumière venant du Soleil) à la surface de la planète se rapproche ou s'éloigne de la Terre, la longueur d'onde observée sur Terre provenant de ce point est différente (voir questions 2) et 3)).

Les longueurs d'onde dans le vide λ_A et λ_B d'une onde lumineuse monochromatique diffusée au niveau des points A et B en fonction de la longueur d'onde, λ_0 , de l'onde incidente, de la vitesse de rotation observée V_{obsA} de A et de la vitesse de rotation observée V_{obsB} de B, et de la célérité C de la lumière dans le vide s'expriment ainsi :

$$\lambda_A = \lambda_0 \times \left(1 - \frac{2V_{obsA}}{c}\right) \text{ et } \lambda_B = \lambda_0 \times \left(1 + \frac{2V_{obsB}}{c}\right) \text{ formule 1}$$

Déduire de ces deux expressions que le décalage en longueur d'onde $\lambda_B - \lambda_A = \Delta\lambda$ de l'onde lumineuse monochromatique diffusée aux points A et B vérifie l'équation :

$$\Delta\lambda = \frac{4V_{obsB}}{c} \lambda_0 \quad (\text{Formule 2})$$

Grace à l'étude mathématique faite précédemment déduire l'expression de la vitesse V_B au point B en fonction de $\Delta\lambda$, λ_0 et c. On l'appellera **formule 3**

Aide : en raison de la symétrie sphérique de Saturne les vitesses V_{obsA} et V_{obsB} sont égales et opposées.

- 5) Ces expressions de calcul de vitesse restent valables pour des points sur l'anneau en particulier pour un couple de points A' et B' qui se situeraient de part et d'autre de la planète au niveau de l'anneau le plus interne ou pour un couple A'' et B'' qui se situeraient de part et d'autre de la planète au niveau de l'anneau le plus externe (voir document 1).

Sans aucun calcul (mais avec un schéma simplifié d'une des raies du spectre par exemple) :

- Montrer que les anneaux sont en mouvement.
- Montrer qu'ils tournent dans le même sens que Saturne sur elle-même.

c) Détermination de la vitesse de rotation de Saturne par mesure du décalage en longueur d'onde $\Delta\lambda$ sur le spectre.

On utilise dans cette partie les résultats précédents et le document 2 qui est une portion agrandie du spectre de Saturne et de ses anneaux sur lequel on trouve trois raies du spectre du visible de référence du fer.

- 1) Repérer sur le spectre les valeurs numériques de ces longueurs d'ondes.
- 2) Avec quelle puissance de 10 les valeurs numériques des trois longueurs d'onde sont-elles écrites ? Rechercher le nom et le symbole de cette unité particulière de longueur.
- 3) Mesurer la distance en mm entre deux raies des trois raies marquées et en déduire l'échelle du document. Quelle précision en longueur d'onde peut-on avoir si la lecture peut se faire à 0,5 mm près ?
- 4) Mesurer le décalage en mm entre la base et le sommet d'une raie choisie du globe de Saturne, c'est à dire la différence d'abscisse entre les deux points. Pour cela utiliser une bande de papier calque millimétré transparent dont l'axe devra coïncider avec la base du spectre. En déduire le décalage $\Delta\lambda$. Le décalage mesuré dépend-il des raies choisies sur le doc?

Remarque : la portion agrandie ne représente qu'une petite partie du spectre visible.

- 5) En choisissant $\lambda_0 = 6143 \text{ \AA}$, déduire la vitesse V_B à l'aide de la formule 3 établie au a) 4). Estimer la précision de cette mesure de vitesse avec la précision sur la mesure de la longueur d'onde.
- 6) Calculer la période de rotation propre du globe Saturne. Comparer cette période à celle de la Terre (rayon de Saturne : 60400 km).

d) Deux modèles pour les anneaux de Saturne

Les anneaux de Saturne ont été découverts par Galilée avec sa lunette astronomique mais la nature annulaire n'a été confirmée que plus tard. Deux modèles furent envisagés :

- 1^{er} modèle : les anneaux sont constitués de roches qui sont indépendantes les unes des autres et qui évoluent autour de la planète comme des satellites indépendants les uns des autres.
- 2^{ème} modèle : les anneaux forment un disque rigide non déformable troué en son centre (où se trouve Saturne) et sont dits « d'un seul tenant ». Ils ont tous alors même période de révolution.

1) Etude du 1^{er} modèle.

On considère une roche sur un des anneaux. On étudie son mouvement dans le référentiel saturnocentrique. On désigne par R le rayon de son orbite supposé constant (les anneaux sont des cercles). M_{Sat} désignera la masse de Saturne.

La vitesse V de cette roche est donnée par la formule suivante : $V = \sqrt{\frac{G \times M_{\text{Sat}}}{R}}$

On indice par A' et A'' les grandeurs relatives à deux roches se trouvant respectivement sur l'anneau interne et sur l'anneau externe de Saturne. Déterminer le rapport des vitesses $\frac{V_{A''}}{V_{A'}}$ en fonction des rayons des trajectoires $R_{A'}$ et $R_{A''}$. En déduire l'ordre de $V_{A'}$ et $V_{A''}$ pour ce modèle.

2) Etude du 2^{ème} modèle

Montrer que dans ce cas, $\frac{V_{A''}}{V_{A'}} = \frac{R_{A''}}{R_{A'}}$

- 3) En exploitant la formule 3 de a-4) et en observant attentivement le spectre du document 2, trouver quel est le modèle à retenir pour les anneaux de Saturne et déterminer la vitesse de rotation du bord externe.
- 4) Par proportionnalité des diamètres apparents de Saturne et de ses anneaux et connaissant le diamètre réel de Saturne en déduire le rayon externe des anneaux.
- 5) Déterminer la période de rotation du bord externe des anneaux. La comparer à celle du globe de Saturne.

Partie 3 : Linda Nagata , *Les Marées de Saturne* (1989), une histoire d'amour sur les anneaux.

1. Repérer le passage où les personnages arrivent sur les anneaux. Quelles images sont successivement utilisées ? Les expliquer précisément, notamment en utilisant les connaissances acquises dans la partie 1.
2. Si vous ne l'avez pas fait dans la partie 1, relever et étudier tous les éléments qui permettent de comprendre ce qu'est une « humaine dérivée » comme Indigo.
3. Quels sont les sentiments d'Aron pour Indigo? Justifier en étudiant les descriptions d'Indigo au début de la nouvelle.
4. Montrer qu'il se trompe sur les sentiments D'indigo à son égard. Quelles sont les causes de sa méprise ?
5. En quoi peut-on parler de véritable *quiproquo* ? En quoi la situation peut-elle même être qualifiée d'ironique ? Développer : expliquer et justifier par des citations.
6. Relire la page 130 et commenter le texte à la lumière des informations scientifiques obtenues partie 1 pour les vitesses relatives. En particulier la phrase : « La grêle diminuait au fur et à mesure que nous approchions de la vitesse de rotation de l'anneau ».
7. Décrire brièvement ce qu'on sait aujourd'hui de la composition des anneaux (retour sur l'article de Wikipédia et les images de la sonde Cassini Huygens) et les comparer avec les descriptifs dans la nouvelle.

Partie 4 : Peser Saturne par observation depuis la Terre

I- A l'aide des spectres

A l'aide des résultats de la partie 1 (étude des spectres de Saturne comme Maxwell) , déduire directement la masse de Saturne à partir de l'expression de la vitesse donnée dans le 1er modèle d)1). Calculer sa valeur. On donne $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ unités du SI.

II- A l'aide de la rotation de ses satellites

Utilisation de l'observation du satellite Titan vu depuis la Terre (comme Huygens dans sa lunette).

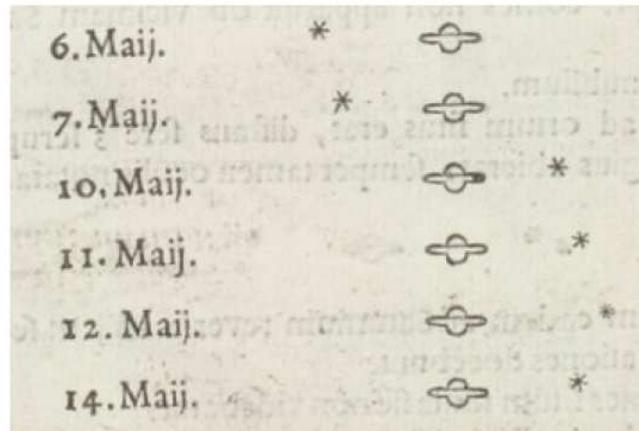


Figure 2. Schéma de Huygens rapportant sa découverte du satellite Titan (Luna Saturnia dans le texte¹). Les observations couvrent ici la période du 6 au 14 Mai 1655. Titan apparaît comme une petite étoile voyageant de part et d'autre de la planète (Smithsonian Institution Libraries/ Digital Collection).

Rechercher si Huygens et Kepler étaient contemporains.

1 Objectif:

Estimer la masse de Saturne à partir de la troisième loi de Kepler et du mouvement de Titan.

2 Principe:

Système considéré

La planète Saturne et un de ses satellites : Titan

Modèle:

On considère que:

- La masse du satellite est négligeable devant la masse de la planète
- Les autres satellites ont une influence négligeable sur le mouvement du satellite considéré.
- L'excentricité de la trajectoire est très faible au niveau de précision de nos mesures; nous pourrions alors estimer le demi grand axe de l'orbite par l'élongation maximum du satellite. Si ce n'est pas le cas, il faudra effectuer plusieurs mesures à des dates différentes.

Utilisation de la troisième loi de Kepler

T = période de révolution du satellite autour de sa planète

a = demi grand axe de son orbite

M_S = masse de la planète Saturne

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ SI: constante de la gravitation

La troisième loi de Kepler s'écrit:
$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{M_S G}$$

Exprimer M_S en fonction des autres grandeurs .

3 Mesures

Détermination de T et de a

Matériel: Le logiciel Stellarium

Pour déterminer T et a il va falloir suivre la planète et son satellite en continu. Pour cela Stellarium va nous fournir un télescope idéal positionné au centre du système Solaire donc sur le Soleil.

Manipulations



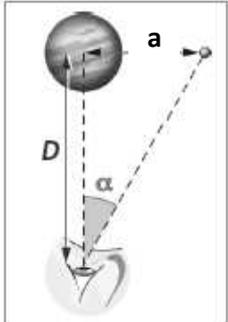
Le logiciel de simulation astronomique Stellarium permet d'observer la position de la planète Saturne et de ses satellites depuis la Terre.

- Lancer le logiciel (dossier Sciences Physiques). Désactiver tout ce qui concerne les constellations  et les points cardinaux .
 - Lancer la recherche (F3) : SATURNE.
 - Désactiver les affichages du sol  et de l'atmosphère .
 - Faire apparaître les planètes  et centrer  sur la planète Saturne.
 - Augmenter le grossissement du télescope avec la molette de la souris afin d'observer Saturne et ses satellites : Mimas, Encelade, Théthys, Dioné et surtout Titan
 - Choisir une monture équatoriale  afin d'observer le mouvement des satellites dans un plan quasi-horizontale, les trajectoires sont circulaires.
 - Faire défiler le temps  et, en s'assurant que Titan reste continuellement visible, augmenter au maximum le grossissement (un FOV de 0,00488° doit convenir).
 - Accélérer jusqu'à voir les anneaux par la tranche. Puis stopper le défilement.
1. Mesurer la durée entre deux débuts de passage au même endroit de Titan par rapport à la planète Saturne. Ces deux instants sont lus sur l'horloge. Compléter le tableau.
 2. Attendre que Titan apparaisse le plus loin possible à gauche ou à droite de Saturne et suspendre la simulation, **stopper l'écoulement du temps**. Mesurer l'angle de visée α avec l'outil Goniomètre . Attention l'angle est donné en **degré minutes secondes** !
Pour transformer en degré, utiliser la calculatrice.

Compléter le tableau.

- Noter une valeur approchée de la distance **D** entre la Terre et Saturne au moment de l'observation. **D** est indiquée en unités astronomiques sur l'écran (1 UA = $1,50 \times 10^{11}$ m). Compléter le tableau.
- S'il reste du temps, renouveler la mesure pour chaque satellite et compléter d'autres tableaux.

Détermination de *a*:



Principe: on détermine l'angle α sous lequel on voit le demi grand axe **a** de l'orbite du satellite. Connaissant la distance **D** à laquelle se trouve la planète (affichée en U.A. en haut à gauche de l'écran) montrer que l'on en déduit la relation :

$$a = D \times \tan(\alpha).$$

Tableaux de mesures

Satellite : Titan

Détermination de **T**

	<i>jj:mm:aaaa</i>	<i>hh:mm:ss</i>
Instant de la première occultation (jj:mm:aaaa puis hh:mm:ss)		
Instant de la deuxième occultation (jj:mm:aaaa puis hh:mm:ss)		
	Valeur de T (s)	

Détermination de **a**

Valeur de α (°, ', ''):		Valeur de α (°)		Valeur de a (U.A.)	Valeur de a (m)
Distance Terre- Planète D (en U.A.)					

4 Détermination de la masse de Saturne

Déterminer la masse de Saturne. Comparer à la valeur trouvée dans le I.

Calculs, commentaires

Partie 5 : Applications et ouvertures

a) Détermination de la gravité à la surface de Saturne

1) Montrer que la valeur du champ de pesanteur à la surface d'une planète (de masse M et de rayon R) a pour expression : $g = G.M/R^2$.

2) Calculer l'intensité de la pesanteur à la surface de la Lune, de Mars, de Titan et de Saturne.

	Lune	Mars	Saturne	Terre	Titan
Masse (kg)	$7,4.10^{22}$	$0,642.10^{24}$		$5,97.10^{24}$	
Rayon (km)	$1,74.10^3$	$3,39.10^3$	60.10^3	$6,37.10^3$	
g(N/kg)					

3) Calculer le poids d'un objet de 100 g à la surface de la Lune, de Mars, de Titan et de Saturne.

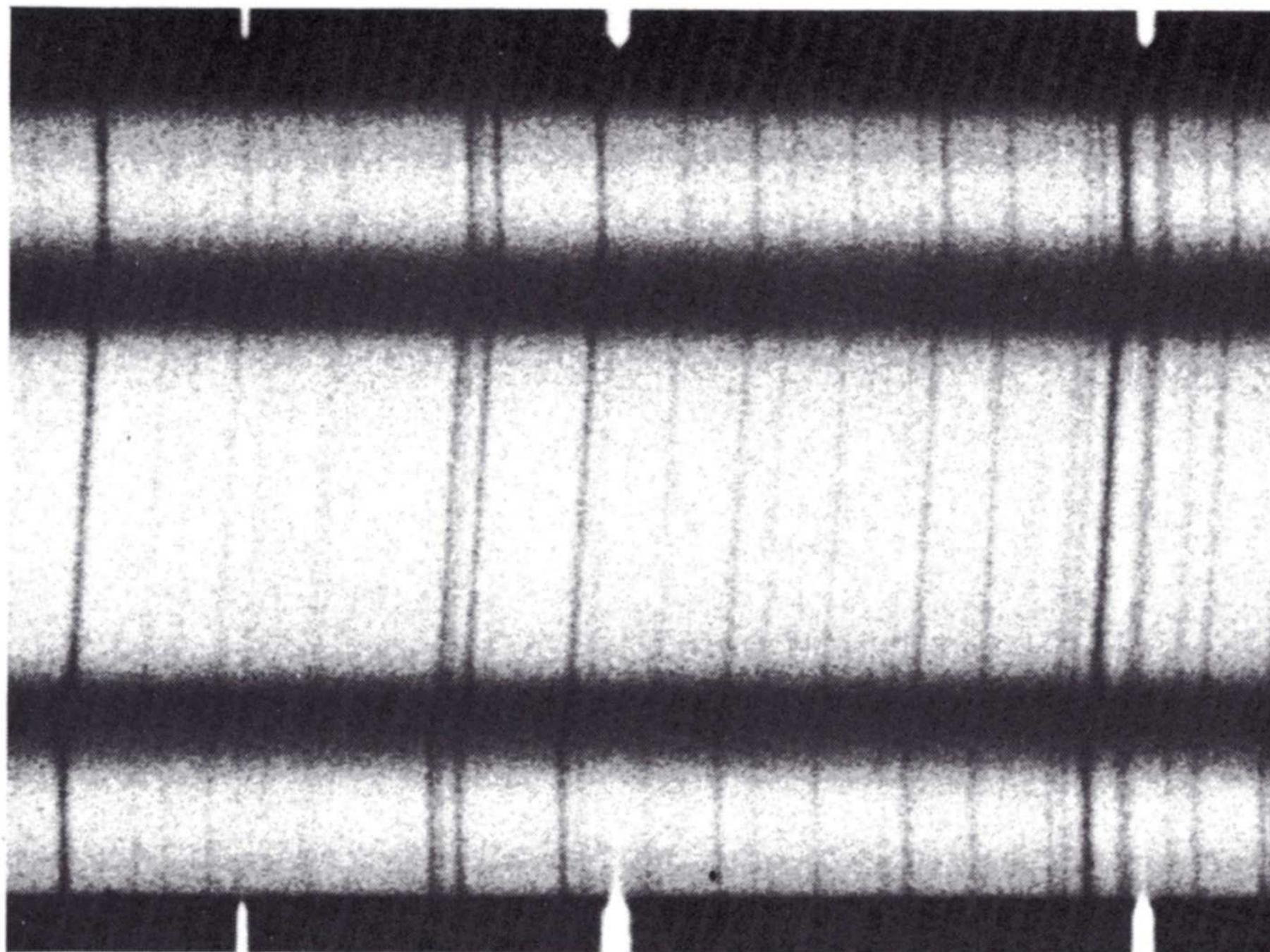
b) Ouverture : peser les anneaux avec la sonde Cassini-Huygens

En septembre, les informations sur la sonde Cassini-huygens étaient nombreuses. Une a retenu notre attention : « la programmation des dernières orbites a fait passer la sonde dans l'espace entre les anneaux et la planète pour permettre de donner une mesure de la masse des anneaux... et d'appuyer certaines hypothèses sur la formation des anneaux ». Chercher des informations sur la méthode de calcul et les hypothèses proposées.

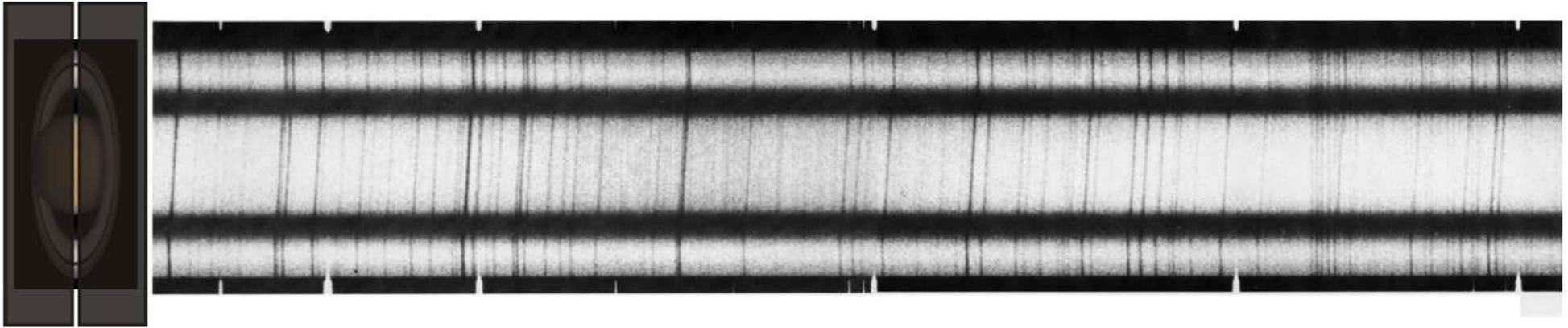
6128.45

6143.06

6163.59



Spectre de Saturne de 612 à 631,5 nm



Fente

sens de la dispersion →