

Courbe de Bézier

L'objectif de ce document est de présenter le fonctionnement des courbes de Bézier « simples ».

1 Introduction

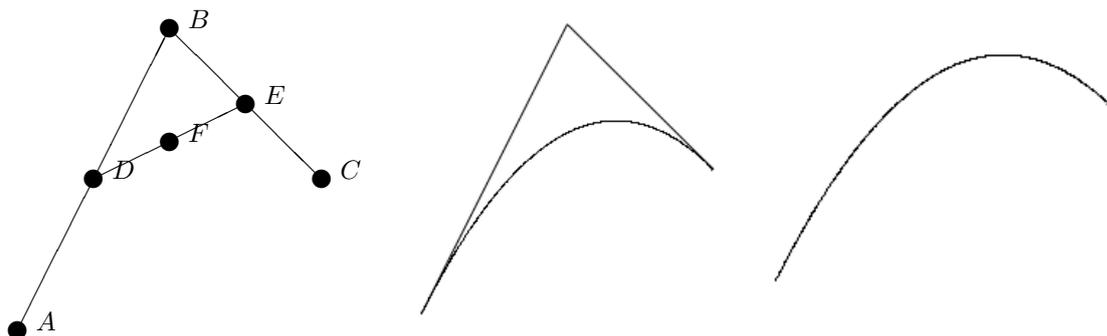
Les courbes de Bézier ont été inventées par Pierre Bézier en 1962. Elles ont de nombreuses applications dans la synthèse d'images et le rendu de polices de caractères (les lettres « arrondies » sont souvent générées par des courbes de Bézier). Ces courbes sont des courbes polynomiales paramétriques qui sont des objets mathématiques complexes.

Nous nous intéressons au cas le plus simple qui consiste à partir de trois points A, B et C, de construire une courbe partant du point A au point C telle qu'elle soit tangente aux droites (AB) et (BC).

2 Construction

Pour construire la courbe de Bézier de points de contrôle A, B et C il suffit de remplacer le polygone A, B, C par les deux polygones A, D, F, et F, E, C où :

- D est le milieu de [AB]
- E est le milieu de [BC]
- F est le milieu de [DE]



Il faut alors recommencer le processus sur les deux nouveaux polygones construits. Après plusieurs itérations, le résultat est une courbe lisse, passant par A et C et tangente à [AB] et à [BC]. Il suffit que de quelques itérations (3 ou 4) pour avoir un résultat satisfaisant, comme le montre l'exemple ci-dessus.

Activité avec les élèves :

Compétence requise : Savoir trouver le milieu d'un segment.

Sur une feuille A4 blanche, placer 3 points A, B, C (assez éloignés les uns des autres) et construire la courbe de Bézier en itérant l'algorithme ci-dessus 3 ou 4 fois.

3 Conclusion

Les courbes de Bézier sont aussi utilisées pour la construction d'images vectorielles. Cette activité permet de comprendre comment représenter une figure complexe, ici une courbe, à partir de la seule connaissance de trois points et d'un algorithme. Cette technique passe facilement à l'échelle car la courbe sera facilement recalculée, elle permet par exemple d'avoir des images non déformées après agrandissement.

Dans un repère placer les points suivants : $A = (10, 20)$, $B = (20, 20)$, $C = (20, 10)$, $D = (20, 0)$, $E = (10, 0)$, $F = (0, 0)$, $G = (0, 10)$, $H = (0, 20)$, $I = (17.5, 15)$, $J = (2.5, 5)$ et $M = (10, 10)$.

Appliquer l'algorithme de Bézier à la profondeur 3 pour les triplets suivants : (ABC), (CDE), (EFG), (GHA), (AIM) et (MJE). Quel dessin apparaît ?

