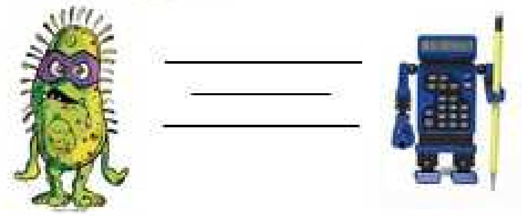
Laure Guérin

# La démarche d'investigation à travers un Parcours d'Étude et de Recherche
# L'exemple des puissances en classe de 4ème



| Désignation | Rédacteur | Date |
| --- | --- | --- |
| Démarche d'investigation | Laure Guérin | 01/04/12 |
| | | |

# Sommaire

## Introduction

Les puissances sont au programme de quatrième. Bien plus qu'une simple notation, les puissances font appel à une classe de problèmes où intervient un modèle multiplicatif réitéré. Comment développer au sein de la classe des activités porteuses de sens, motiver la notion de puissance en classe de quatrième ?

## I) La démarche d'investigation

### 1. Tentative de définition

Dans le rapport Rocard on trouve une définition de l'investigation « Une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critiques des expériences réalisées, de distinction entre alternatives possibles, de planification. » Dans le dictionnaire on trouve qu'il s'agit de la recherche minutieuse d'enquêtes. Dans le cadre des mathématiques, la démarche d'investigation fait appel à la dimension expérimentale, sous la forme d'un problème à résoudre, d'une question. La démarche d'investigation est une démarche dans laquelle les élèves sont invités à se lancer lors de la recherche d'une question, que le professeur inviterait à se poser.

La question doit être à fort pouvoir générateur. Elle doit donner du sens aux apprentissages et motiver les notions mathématiques abordées. On fera la différence entre recherche et investigation. En effet l'investigation permet d'aborder une classe de problèmes prototypiques d'une notion et non pas juste un problème en soi. Notons aussi la différence avec les enquêtes policières. Dans une démarche d'investigation, il peut y avoir pluralité des pistes et des solutions. La démarche d'investigation se distingue des démarches d'investigation des autres disciplines scientifiques par la validité des arguments. En SVT et en Sciences Physiques le monde réel permet de valider les arguments. En mathématiques, c'est la démonstration qui valide ou invalide les arguments.

Toutes les activités et notamment celles des manuels sont elles pertinentes dans une démarche d'investigation?

Il faut faire attention à la pertinence de l'investigation. En effet si l'on trouve directement la réponse, la question n'a pas de sens et donc il n'y a pas d'intérêt de se lancer dans une investigation. Certaines activités des manuels sont construites de telle façon que les élèves ont à remplir des trous dans un texte, trous pour lesquels avec l'article défini et le thème, une seule réponse est possible. L'élève peut donc répondre par déduction mais sans en comprendre le moindre sens. Il s'agit d'ostension déguisée, c'est à dire la fiction que l'élève produit le savoir par son acte. « Quand le sage montre la lune, l'imbécile regarde le doigt ». La responsabilité de produire la réponse incombe au professeur. Mais où est alors passée la question dont le savoir constitue un élément de réponse ? Moins directe qu'un cours magistral (ostension directe et assumée), il n'en reste pas moins que l'élève peut sans faire des mathématiques répondre aux questions grâce au guidage. La question sous-jacente est souvent trouvée par les bons élèves qui feront tout seuls des liens mais pas pour les autres. De même si le problème est fictif, pourquoi se poser des questions. ? Il y a un degré de crédibilité de la question. Il faut pouvoir la prendre au sérieux.

L'élève doit donc produire dans une démarche d'investigation, ses connaissances comme réponse personnelle à une question. S'il n'y a pas de question, il ne peut pas y ' avoir de réponses. Le professeur ne peut pas dire avant ce que l'élève doit faire. Cependant l'élève doit accepter de résoudre et de chercher des problèmes dont il ignore la réponse. La responsabilité de faire rencontrer la question par les élèves et de leur faire produire la réponse incombe au professeur. Il y a donc changement dans la nature, la conception du métier. L'unité classe disparaît pour devenir des groupes d'études. Le professeur devient alors directeur d'étude de la question. Il a la responsabilité non pas de la construction de la réponse mais de celle de l'organisation des conditions pour produire une réponse. Il n'est plus concepteur d'activités mais organisateur d'activités.

## 2. *Les raisons qui ont poussé à parler de la démarche d'investigation*

Le rapport Rocard indique un déclin inquiétant de l'intérêt des jeunes pour les études scientifiques. Lors d'un questionnaire de Meirieu les mathématiques sont associées à des citations négatives contrairement au sport, aux sciences sociales... Les mathématiques servent à assurer un accès à certains diplômes, à certains débouchés. Les étudiants ne semblent pas éprouver de plaisir à faire des mathématiques.

Le choix de la spécialité mathématiques est en chute. Les enquêtes PISA de 2009 semblent montrer la France en vingt-deuxième position avec une chute de 14 points depuis 2003. Les écarts s'accentuent. Les meilleurs deviennent meilleurs et les plus faibles de plus en plus faibles.

Le rapport Rocard indique aussi que ce désintérêt réside dans la méthode d'enseignement. Le passage de méthodes essentiellement déductives à des méthodes basées sur l'investigation est le meilleur moyen d'augmenter l'intérêt des jeunes pour les mathématiques.

## 3. Les obstacles à la mise en place

Les obstacles qui limitent l'usage de la démarche d'investigation sont culturels. Ils sont aussi professionnels. Problématiser un savoir n'est pas courant, on cherche en général plus à le décomposer en éléments simples. Dans le découpage en petits « morceaux », on perd le sens global des notions. Les obstacles sont aussi conceptuels. Le professeur doit s'engager dans des gestes inhabituels, imprévus. Il y a aussi des problèmes de légitimité. La question peut amener à s'engager dans un domaine autre que mathématique, ce qui peut déstabiliser le professeur. Le professeur peut donc fuir ou dénigrer une telle façon de faire.

Certaines contraintes structurelles freinent la démarche d'investigation.

- La tyrannie de l'heure

Un problème doit être résolu dans les cinquante minutes du cours. Dans cette heure, le professeur ne s'autorise pas à laisser partir les élèves sans avoir fini de résoudre le problème.

Il doit en une heure amener le problème, sa solution, le cours (institutionnalisation) , les exercices d'application et d'entraînement. Les problèmes sont donc forcément clos, sans ouverture. Le travail est balisé. L'inattendu a peu de risque d'apparaître.

- Le poids d'un certain constructivisme : « les élèves aux mains nues »

Un problème, leur étant posé, les élèves doivent tenter de résoudre seuls et uniquement avec leurs connaissances antérieures les problèmes proposés. Les moyens d'étude sont fortement limités. Il en résulte que l'élève attend docilement que le professeur donne la solution. Il y a peu de dynamique dans la classe. L'élève sait que tôt ou tard le professeur apportera la réponse. Il suffit d'attendre. Dans la démarche d'investigation, la question problématique est dévolue aux élèves. Les moyens d'enquêter sont ouverts. On peut noter que, seule, l'école n'autorise pas à étudier des éléments de réponses déjà existants sur une question. A l'université, le premier travail d'un chercheur sur une question consiste à s'informer des réponses déjà présentes sur le sujet.

## 4. Les apports de la TSD et de la TAD

### a) La Théorie des situations à usage mathématique

Lorsque les élèves sortent de l'école, ils doivent être capables d'utiliser les connaissances acquises dans des situations non didactiques. Le sujet cherche à produire des actions pour agir sur un milieu. Le sujet apprend en s'adaptant au milieu.
Brousseau a nommé ce processus l'apprentissage par adaptation.
Le professeur devient l'organisateur des jeux de l'élève avec le milieu. Il doit choisir les situations a-didactiques les plus adaptées. Son rôle est d'encourager les élèves en fixant les règles du jeu, mais aussi d'observer le travail des élèves et d'en contrôler l'avancement. Le sujet agit et interagit avec le milieu.
Le professeur lui- même est en situation et en interaction avec un milieu. L'enseignant se débrouille pour faire évoluer la situation, par exemple par une mise en échec. Le mot « mise en échec » n'a pas ici de connotation négative bien au contraire. Ici c'est la situation qui est mise en échec et non pas l'élève. Elle permet de construire les savoirs. L'ingénierie didactique est pensée et créée pour faire fonctionner une notion dans une situation -problème. Il s'agit d'un ensemble de problèmes, d'une classe de problèmes à résoudre. L' élève doit donc adhérer au contrat didactique.
« Le contrat didactique est la règle du jeu et la stratégie de la situation didactique C'est le moyen qu'a le maître de la mettre en scène. » *Brousseau 1998*
Le collectif par sa force fait avancer la classe. Les médias de la classe sont le manuel et le professeur. L'élève ne doit pas faire ce que le maître attend mais plutôt ce que le savoir commande. Notons que tout problème mérite que l'on s'arrête pour trouver une solution mais tout problème n'a pas forcément de solution.

### b) La Théorie anthropologique du didactique

La TAD situe l'activité mathématique dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales.
L'enseignement actuel des mathématiques tend à « prendre la forme d'une visite guidée de savoirs qu'on visite à la hâte, à l'instar de vestiges monumentaux autrefois vivants mais dont les raisons d'être, les fonctions vitales ont cessé d'être comprises. »*Chevallard 2005*
La place laissée à l'étude des objets mathématiques et de ses raisons d'être est minime. En général, c'est plutôt en exercices ou en applications que les élèves voient l'intérêt et le pourquoi des notions. Dans la TAD on inverse le processus. L'idée est de motiver les notions par des questions génératrices. L'élève est autorisé à penser et à se poser des questions. Les mathématiques sont un outil de résolution de telle ou telle question. Les mathématiques prennent alors tout leur sens car elles permettent de répondre à une question.

## II)Les raisons d'être des puissances

Commençons par étudier les puissances en termes d'écologie, des programmes et du socle commun.

### 1. Écologie des puissances

Où rencontre-t-on les puissances dans la vie courante et en mathématiques ? Dans quels domaines?

- **les puissances de dix :** de l' infiniment grand à l' infiniment petit

On trouve des utilisations des puissances en astronomie, en informatique (infiniment grand)mais aussi en médecine, dans le domaine de la santé, de la chimie.( infiniment petit)
On trouve aussi des domaines comme l'électricité : code de couleurs des résistances électriques par exemple.
Les puissances de dix peuvent permettre des calculs de produits et quotients avec des « grands » et « petits » nombres (on imagine la difficulté de multiplier ou diviser des « grands» ou « petits » nombres en écriture décimale) Les préfixes d'unités utilisent les puissances de 10 : yocto, zepto, atto, femto; pico, nano, micro, milli, centi, déci, déca, hecto, kilo, Méga, Giga, Téra, Péta , Exa, Zéta, Yotta

- **les autres puissances :**

On trouve des situations qui font appel à des multiplications itérées.
- Propagation d'une rumeur, diffusion d'un message, chaînes...
Exemple : On reçoit un message par internet et on demande d'envoyer ce message à 3 autres personnes que l'on connaît, pour ne pas briser la chaîne.
- Les piles d'objets
Par exemple, prendre une feuille de papier. Son épaisseur est de l'ordre de 0,1 mm.
La plier en deux. De nouveau la plier en deux, puis essayer d'effectuer en tout 7 pliages puis 20 pliages. Quelle est la nouvelle épaisseur ?
- Les ramifications d'une plante
Par exemple, un framboisier portant 6 feuilles permet de faire 6 boutures. Au bout d'un mois et demi une bouture donne à son tour un plant à 6 feuilles.
- Codages informatiques (autres bases) les bits, les octets
Par exemple, une image numérique est constituée de pixels. La couleur de l'image dépend du nombre de bits utilisés pour chaque pixel. Un bit est codé soit par 0 soit par 1. Pour un bit, l'image est en noir et blanc
Si chaque pixel utilise 4 bits l'image utilise $2^4$ soit 16 couleurs.
Si chaque pixel utilise 8 bits, l'image possède $2^8$ soit 256 couleurs …
Par exemple un octet est composé de 8 bits.
- biologie cellulaire : la mitose
La mitose est un processus de division de la cellule au cours duquel le noyau se divise pour produire deux cellules filles
- décomposition en facteurs premiers d'un nombre (programme de 3e ) (ce qui peut

être utile pour simplifier une fraction) Ceci peut être utilisé dans le domaine de la cryptographie.
- calculs d'intérêts sur plusieurs années

## 2. Les programmes

- **Il s'agit du BO spécial n°6 du 28/08/2008.**

**En classe de quatrième on trouve les puissances d'exposant entier relatif.**

| | |
|---|---|
| Comprendre les notations $a^n$ et $a^{-n}$ et savoir les utiliser sur des exemples numériques pour des exposants très simples et pour des égalités telles que :<br>$a^2 \times a^3 = a^5$<br>$(ab)^2 = a^2 b^2$<br>$\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$<br>où $a$ et $b$ sont des nombres relatifs non nuls. | Pour des nombres autres que 10, seuls des exposants très simples sont utilisés. Les résultats sont obtenus en s'appuyant sur la signification de la notation puissance et non par l' application des formules. |
| Utiliser sur des exemples numériques les égalités :<br>$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$<br>$\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$<br>$(10^n)^m = 10^{n \times m}$<br>où $m$ et $n$ sont des entiers relatifs. | |
| Sur des exemples numériques, écrire et interpréter un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de dix<br>Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d' un calcul. | |

- Les thèmes de convergence

On nous demande d'utiliser des thèmes de convergence pour cette notion.
On pourra utiliser par exemple le thème n°4 : météorologie et climatologie ou le thème n°5 : Santé

## 3. Socle commun

Dans le socle commun, il est demandé en classe de quatrième d' écrire et d'interpréter un nombre décimal sous différentes formes en utilisant des puissances de dix. Il faut aussi utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur du résultat d'un calcul.

Dans les AER proposées sur les puissances, on pourra évaluer les items du socle commun de connaissances et de compétences suivants :

- Rechercher, extraire l'information utile
- Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale, démontrer
- Présenter la démarche suivie, communiquer à l' aide d'un langage adapté
- Nombres et calculs.

Des compétences informatiques sur la recherche d'informations sur internet, l'envoi de fichiers joints et le tableur peuvent être de même évaluées pour le B2i.

## III) Organisation mathématique

Nous allons donner une description de l'organisation mathématique mise en place dans une classe de quatrième. Il s'agit d'une organisation mathématique régionale. Nous allons commencer par lister le type de tâches présentes dans le programme de quatrième sur les puissances.

### 1. Les différents types de tâches

**Il y a deux genres de tâches :**
**- écrire des nombres sous différentes formes, transformer des écritures**
**- calculer**
**Pour ce qui est des jeux d'écritures :**
Les différents types de tâches sont :
$T_0$ : Transformer un nombre en écriture sous forme d'une puissance en une écriture sous forme décimale.
$T_1$ : Transformer un nombre décimal bien choisi sous la forme d'une écriture avec une puissance.
Exemple : 125

$T_2$ : Écrire un nombre décimal non nul en écriture scientifique.
$T_3$ : Écrire un nombre en écriture scientifique sous une forme décimale.
$T_4$ : Écrire un nombre écrit avec des puissances de 10 en notation scientifique.

**Pour ce qui est de calculer :**
$T_5$ : Calculer un produit de puissances
$T_6$ : Calculer un quotient de puissances
$T_7$ : Calculer une puissance de puissances

**Pour les problèmes**
$T_8$ : Interpréter et reconnaître une situation qui relève d'un modèle multiplicatif répété par une puissance

Ce type de tâche est à mon avis le plus difficile à enseigner et à mettre en œuvre pour les élèves. Il s' agit de traduire un énoncé par une écriture mathématique. Il me semble qu'il s' agit là de l'enjeu de la notion de puissances bien plus que des jeux d' écritures automatisés.
Notons qu'il est difficile de donner une ou plusieurs techniques sur ce type de tâches . Pourtant c'est peut être cela que les professeurs devraient travailler pour aider les élèves qui ont ce type de tâche comme difficulté.

On notera que le programme ne nous demande pas de calculer des sommes et des différences de puissances mais peut être est il bon de faire quelques exemples afin de mettre en valeur le fait que les règles de calculs sur les puissances ne s'appliquent pas sur des sommes ou des différences.

## 2. Techniques et éléments technologiques associés

**Voici les techniques mises en œuvre pour $T_0$ .**

Exemple : Écrire en écriture décimale $2^5$.
Écrire la multiplication correspondant à la notation puis effectuer cette multiplication.
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

une deuxième technique consiste à utiliser une calculette et d'utiliser la touche

puissance.

Une autre technique serait d'utiliser le tableur.

**La technique mise en œuvre pour $T_1$ :**

Exemple : Compléter 125 = ....$^3$
Essais par tâtonnements plus ou moins raisonnés selon l’exercice demandé et vérification par le calcul. Pour l’exemple :
On recherche par les critères de divisibilité : 125 est divisible par 5 donc on essaie $5^3$
On vérifie $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ c’est gagné !
On peut vérifier et tâtonner avec la calculette.

**Les techniques mises en œuvre pour $T_2$ .**

L'écriture scientifique est l' écriture sous la forme $a \times 10^n$ , où $a$ est un nombre décimal tel que $1 \leq |a| < 10$ et $n$ entier relatif.
- Première technique :
On déplace la « virgule » de manière à obtenir à partir du nombre de départ un nouveau nombre a décimal avec $1 \leq |a| < 10$ .On regarde ensuite le nombre de rangs dont on a déplacé cette « virgule ».
Ceci nous donne la valeur absolue de l' exposant de la puissance de dix.
Un décalage vers la droite donnera un exposant négatif et vers la gauche un exposant positif.
On peut vérifier la vraisemblance de notre écriture scientifique. En effet, un « petit » nombre aura dans son écriture scientifique une puissance de dix avec un exposant négatif alors qu'un « grand »nombre un exposant positif.
-Deuxième technique :
On peut utiliser un tableau de position du système de numération décimale :

| Dizaines de mille | Unités de mille | Centaines | Dizaines | **Unités** | Dixièmes | Centièmes | Millièmes |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $10^4$ | $10^3$ | $10^2$ | $10^1$ | $10^0$ | $10^{-1}$ | $10^{-2}$ | $10^{-3}$ |
| 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | | | |

Par exemple 12 000 aura pour écriture scientifique $1{,}2\times10^4$

**Les mêmes techniques peuvent être adaptées pour $T_3$ et . $T_4$ .**

**Deux techniques peuvent être appliquées pour $T_5$**

On ajoute les exposants.

Exemple : $3^2\times3^5 = 3^{2+5} = 3^7$

<u>Ou</u>

On repasse par l'écriture du produit donné par la définition et on conclut.

$3^2\times3^5 = (3\times3) \times (3\times3\times3\times3\times3) = 3\times3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^7$

Notons que le programme nous incite à effectuer cette deuxième technique applicable sur des exposants « pas trop grands ».

Notons également que cette technique a des limites. En effet lorsque les exposants deviennent plus grands ou sont négatifs, il devient plus difficile de l'appliquer sans passer « implicitement » par la règle de calculs.

Autre technique : utiliser la calculette.

**La technique mise en œuvre pour $T_6$ .**

On soustrait les exposants.

Exemple : $3^2 : 3^5 = 3^{2-5} = 3^{-3}$

<u>Ou</u>

On repasse par l'écriture du produit donné par la définition, on simplifie et on conclut.

$3^2 : 3^5 = (3\times3) : (3\times3\times3\times3\times3) =1 : (3\times3\times3) = 3^{-3}$ en simplifiant par 3×3

On peut aussi utiliser la calculette, ce qui consiste en une autre technique.

**La technique mise en œuvre pour $T_7$ .**

On multiplie les exposants.

Exemple : $(3^3)^2 = 3^{3\times2} = 3^6$

<u>Ou</u>

On repasse par l'écriture du produit donné par la définition et on conclut.

$(3^3)^2 = (3\times3\times3) \times (3\times3\times3) = 3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^6$

- **Technologie Θ**

**Pour les types de tâches $T_0$ et $T_1$ la technologie utilisée est la notation « puissance » (que certains appellent définition).**

Notation :

- $a$ un nombre non nul et $n$ un entier supérieur ou égal à 2 :

On note $a^n$ le produit de $n$ facteurs égaux à $a$.

On a : $a^n = a \times a \times a \times \ldots.. \times a$ *(n facteurs)*

de plus $a^1 = a$ *et* $a^0 = 1$

- $a$ est un nombre non nul et $n$ est un entier positif, on note $a^{-n}$ l'inverse de $a^n$.

On a : $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$

**Pour les types de tâches $T_0$, $T_1$ et $T_2$ la technologie utilisée est l'existence et l'unicité de l' écriture scientifique :**

Un nombre décimal non nul peut s'écrire de manière unique sous la forme :
$a \times 10^n$ où $a$ est un nombre décimal non nul avec $1 \leq |a| < 10$
et où $n$ *est* un nombre entier relatif.

**Pour les types de tâches $T_5$, $T_6$ et $T_7$ la technologie utilisée est l'ensemble des règles de calculs des puissances :**

Pour $a$ nombre relatif non nul et $n$, $p$ deux entiers relatifs, on a

$$a^n \times a^p = a^{n+p} \qquad \frac{a^n}{a^p}=a^{n-p} \qquad (a^n)^p = a^{n\times p}$$

## 3. Énoncés des AER et grandes questions

***Les bactéries partie 1***

Un laboratoire fait des recherches sur le développement d'une population de bactéries. On a observé que le nombre de bactéries a été multiplié par 3 toutes les heures à partir du moment où l'étude a commencé.

Par combien le nombre initial de bactéries a-t-il été multiplié au bout de 24 heures ?

***SOBIG partie 1***

Le virus « SOBIG.F » est un ver informatique qui se propage par e-mail. Il se présente sous la forme d'un message dont le titre est aléatoire et d'un fichier joint.

Au début un ordinateur est contaminé. Cette contamination donne lieu à l'infection de 20 autres ordinateurs (contamination numéro 1). Chaque ordinateur contaminé contamine à son tour 20 ordinateurs différents des premiers (contamination n°2), qui à leurs tours contaminent 20 autres ordinateurs…. (contamination n°3) Avec l'aide de l'indice, retrouvez combien d'ordinateurs sont infectés par SOBIG.F à la contamination n°24 ?

« Les indices sont détaillés par la suite. »

***Les bactéries partie 2***

Un antibiotique bactéricide est une molécule qui détruit la croissance des bactéries.

On appelle CMB la Concentration Minimale Bactéricide.

Dans certaines conditions (notamment à 37°C), si on injecte cette quantité minimale bactéricide dans une souche infectée la population de bactéries est divisée à chaque heure par 1,67.

Expliquer pourquoi au bout de 18h de culture, l'antibiotique laisse moins de 0,01% de survivants de la population microbienne. On dit que cette valeur caractérise l'effet bactéricide d'un antibiotique.

***SOBIG partie 2***

- Dans l' activité SOBIG, on trouve qu'au bout de la contamination n°24, $16\,777\,216 \times 10^{24}$ ordinateurs sont infectés. Qu'en pensez vous ? Appuyez votre raisonnement par des nombres précis (cherchés sur internet par exemple). Vous ferez preuve d'esprit critique.
- SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur. C'est le virus informatique le plus important .**Vrai ou faux ?**

Pour le savoir, relever des informations sur internet sur 3 ou 4 autres virus informatiques et comparer l**e nombre d' ordinateurs infectés.**

***Les grandes questions***

***Question génératrice : Comment écrire un nombre de manière à le rendre le plus lisible possible, et de manière à pouvoir effectuer des calculs et des comparaisons ?***

***Sous- questions :***

Comment modéliser une situation faisant appel à un modèle multiplicatif itéré ?

( Les bactéries partie 1)

Comment écrire simplement un grand nombre ? Un petit nombre ? Pour qu'ils soient lisibles par tous ? (forme canonique, unicité d'une telle écriture ...)

( AER bactéries partie 1 et SOBIG partie 1)

Comment obtenir un ordre de grandeur d'un nombre ou d'une quantité ? Qu'est ce qu'un grand nombre ? Un petit nombre ?

( AER SOBIG partie 2)

Comment comparer deux grands nombres ? Deux petits nombres ?

(AER SOBIG partie 2)

Comment calculer avec des grands nombres ? avec des petits nombres ?

( AER SOBIG partie 1)

# IV) Organisation didactique

Nous allons décrire ici l'ensemble des dispositifs mis en œuvre sur le thème des puissances en quatrième.

## 1. Généralités

Il s'agit d'une étude de quatorze heures, correspondant à trois semaines et demie d'une classe de quatrième. Des exercices d'application sont donnés en classe et à la maison et font l' objet de correction pendant la séance ou à la séance suivante. Il y a des temps de mise au point, de bilan sur l'avancée des problèmes en classe entière et avec participation de l'ensemble des élèves. Certaines font l' objet de traces écrites, d'autres non. Il y a une séparation entre la partie cours, exercices et la partie recherche et activités. Chaque partie est l'objet d'un cahier distinct. Le cahier d'activités et de recherche est un cahier de brouillon petit format. Dans l'esprit des élèves, ils ont moins peur d'écrire des erreurs et sont plus libérés dans leurs recherches. Les élèves écrivent dans ce cahier leurs idées, sans inhibition. Le relevé des cahiers d'activités me permet de garder traces des états de recherche et de donner des pistes d'études aux élèves. Cela me permet aussi de créer des groupes différenciés selon les débuts de recherche sur certaines activités. Cela me permet également de revenir sur des erreurs qu'ils ont commises à des moments clés des apprentissages.

## 2. Organisation chronologique de l'activité de la classe de 4ème

| Séance N° | Durée | Contenu |
|---|---|---|
| 1 | 55 minutes | Activité : Les bactéries partie 1<br>Travail à la maison : révisions des fiches tableur |
| 2 | 55 minutes | Introduction de la notation puissance : réponse en tant qu'écriture condensée.<br>Activité : les bactéries suite de la partie 1<br>Travail à la maison : recherche internet : qu'est ce que SOBIG ? |
| 3 | 55 minutes | Activité : les bactéries partie 1<br>Travail à la maison : Exercices du livre sur la notation puissance |
| 4 | 55 minutes | Correction des exercices du livre<br>Exercice sur la différence entre $a^n$ et $a \times n$ pour a nombre |

| | | |
|---|---|---|
| | | relatif non nul et n nombre entier positif.<br>Activité 2 : SOBIG partie 1<br>Travail à la maison : exercices sur la définition des puissances |
| 5 | 55 minutes | Correction des exercices<br>Activité : SOBIG partie 1<br>Travail à la maison : exercices sur les propriétés des puissances sur le livre (decontextualisés) |
| 6 | 55 minutes | Correction des exercices sur les propriétés<br>Bilan sur SOBIG<br>Leçon : institutionnalisation<br>I) Les puissances d'exposant entier positif<br>Cas particulier des puissances de dix<br>Travail à la maison : exercices sur les puissances (fiche) |
| 7 | 55 minutes | Exercices fiche : travail des ordres de grandeurs, des écritures scientifiques avec des exposants pour l'instant positifs<br>Vidéo : « power of tens » sur les puissances de dix avec exposants positifs : 5 minutes |
| 8 | 55 minutes | Activité : Les bactéries partie 2 |
| 9 | 55 minutes | Activité : Les bactéries partie 2-<br>Bilan intermédiaire : introduction des exposants négatifs<br>Travail sur les exposants négatifs<br>Exercices sur la définition<br>Exercices sur les puissances de dix<br>Travail à la maison : exercices et automatismes sur les puissances d'exposants entiers négatifs |
| 10 | 55 minutes | Éléments de leçon :<br>II) Puissances d'exposants entiers négatifs<br>cas particulier des puissances de dix<br>Exercices sur les exposants négatifs et les puissances de dix d'exposants négatifs.<br>Travail à la maison : exercices sur les puissances d'exposants négatifs et recherche SOBIG partie 2 |
| 11 | 55 minutes | Vidéo : power of tens (exposants négatifs)<br>Reprise de l'activité et bilan.<br>Reprise de l'activité SOBIG partie 2<br>Travail à la maison : recherche SOBIG sur les causes des incohérences |
| 12 | 55 minutes | Reprise en classe de SOBIG<br>Correction d'exercices |

| | | |
|---|---|---|
| 13 | 55 minutes | Activité SOBIG partie 2 suite<br>Recherche en salle informatique |
| 14 | 55 minutes | Exercices mélange des exposants positifs et négatifs ! |

## 3. Les différents moments de l'étude

### a) Moment de la première rencontre

J'ai choisi pour la première rencontre des élèves avec les puissances, l'activité des bactéries parce qu'elle est simple dans sa compréhension. Elle fait partie de la classe des problèmes qui font appel à une croissance avec des puissances et donc à un répertoire multiplicatif répété. Elle permet de justifier l'apport d'une notation qui va condenser les calculs. Elle permet rapidement de travailler les écritures de nombres avec des puissances de dix et de dégager les propriétés des puissances.

### b) Moment exploratoire

Lors de la deuxième activité SOBIG, les élèves continuent à faire fonctionner une situation issue de la même classe de problèmes. Le modèle additif resurgit. On peut donc remarquer que chez certains élèves la confusion entre modèle additif et multiplicatif est bien ancrée. On retrouve cette erreur en calcul littéral, confusion de $x \times x$ et de $2x$ mais aussi lors du calcul de l' aire d'un disque. Ils veulent écrire $\Pi \times diamètre$ au lieu de $\Pi \times Rayon^2$ .J' ai trouvé cette erreur en classe de cinquième sur un calcul de durée. L'élève écrivait qu'une heure correspondait à 120 secondes au lieu de 3600 secondes.

### c) Moment de la constitution de l'environnement technico-technologique

Le moment est coopératif. Les élèves en groupes constituent les règles qui fonctionnent dans ce type de problème. L' écriture et la représentation des nombres(écriture scientifique notamment) y sont travaillées.

Lors de l' activité SOBIG partie 1, la résolution étape par étape est mise en défaut. En effet la calculette et l' ordinateur sont interdits. On oblige l'élève à passer par les propriétés des puissances.
Dans l' activité partie 2 on travaille les ordres de grandeurs et les comparaisons des nombres .

### d) Moment du travail de la technique

Il s' agit des feuilles d' exercices où les élèves mettent en œuvre ce qu'ils ont appris sur d' autres exemples ou sur des exercices dé-contextualisés.

### e) Moment de l'institutionnalisation

A chaque activité, de nombreux bilans sont faits dans l' avancement des situations. Ceci constitue des ébauches d'institutionnalisation. Au moment de la leçon, toutes les notions ont déjà été vues. Notons que ces activités m'ont poussé à découper mes éléments de leçon autrement. En effet avant je travaillais d' abord les écritures avec des exposants positifs et négatifs. Ensuite venaient les puissances de dix puis les écritures scientifiques. Les élèves étaient souvent perdus au niveau des exposants positifs et négatifs dans les notations scientifiques. Ces nouvelles activités m'ont obligée à considérer un nouveau découpage.

Travail dans un premier temps des exposants positifs , puissances de dix, écriture scientifique,

Travail dans un deuxième temps des exposants négatifs, puissances de dix et écriture scientifiques

Dernier travail : mélange des exposants positifs et négatifs.

### f) Moment de l'évaluation

Les élèves corrigent grâce au collectif leurs erreurs au fur et à mesure. On travaille sur les brouillons .

L' évaluation finale se situe en annexe. Elle comporte des exercices d' application mais aussi des problèmes.

## V) Analyse des séances

### 1. L'AER : Les bactéries et SoBig - première partie

*Les séances viennent après 3 semaines de travail sur le théorème des milieux et le théorème de Thalès.*

**Énoncé 1 :** ( tâche complexe de Stéphanie Convinhes, Clermont)

Un laboratoire fait des recherches sur le développement d'une population de bactéries.

On a observé que le nombre de bactéries a été multiplié par 3 toutes les heures à partir du moment où l'étude a commencé.
Par combien le nombre initial de bactéries a-t-il été multiplié au bout de 24 heures ?
On demande l'écriture décimale exacte de ce nombre.

*Analyse à priori :*

On veut faire rencontrer le type de tâches $T_1$ , $T_3$ ( avec la calculette ) $T_5$ et $T_8$ . L' utilisation des puissances est envisagée comme rendant les écritures plus simples plus condensées. On rencontre les types de tâches $T_3$ , $T_5$ , $T_6$ , $T_7$ et bien sur $T_8$ dans
l' activité sur SOBIG.

*Narration de séances*

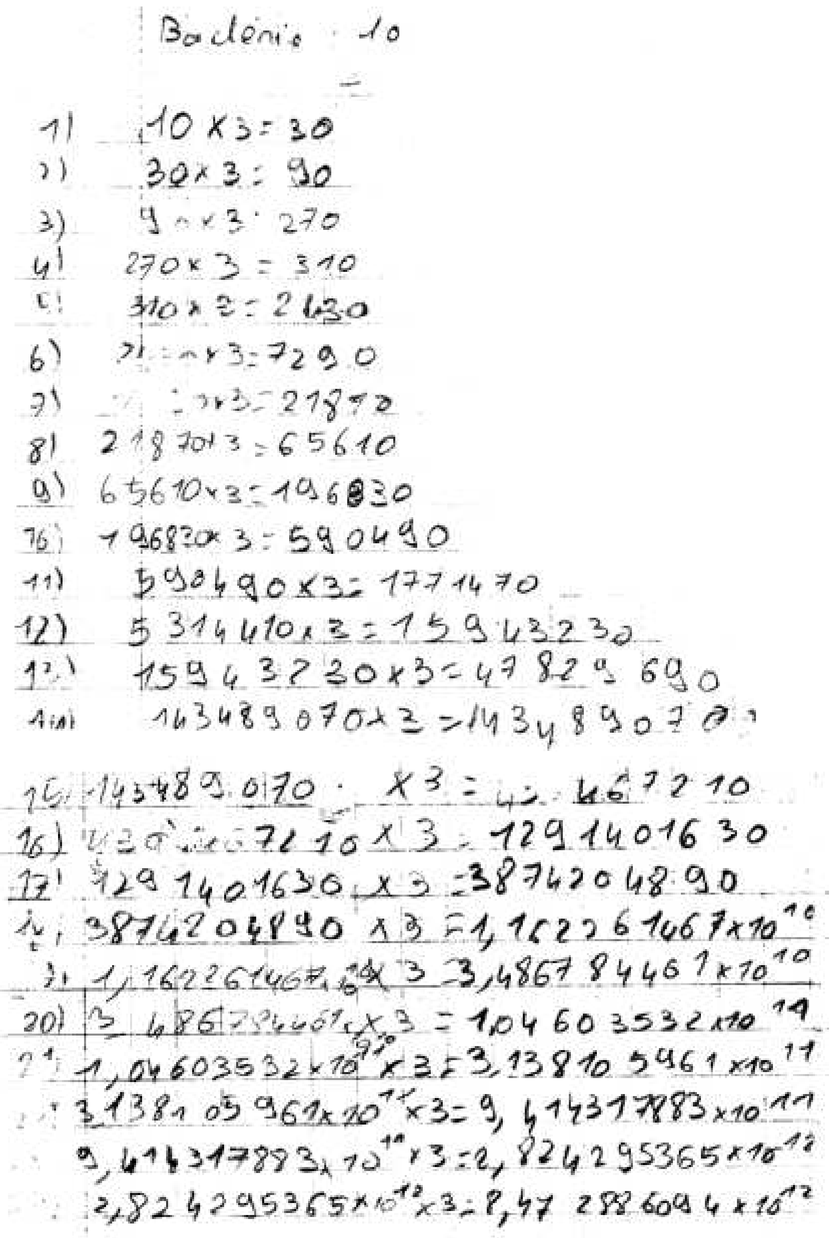
**Séance 1** : Les élèves commencent à travailler individuellement(5 minutes). Pour cette activité, toutes les ressources sont à leur disposition. Les documents de cours , les livres, calculettes , et ordinateurs sont autorisés.
Pour de nombreux élèves, la première réponse est : « $24\times3=72$ Au bout de 24 heures, il y a 72 bactéries »
Il y a confusion entre le modèle additif : la répétition d' un ajout de 3 et du modèle multiplicatif : répétition d'une multiplication par 3.
Notons que cette erreur est persistante. Les élèves confondent $a^n$ et $a\times n$ , pour $a$ nombre relatif non nul et $n$ entier .Il ne s' agit pas de la confusion des écritures mais des types de problèmes faisant appel au répertoire additif et au répertoire multiplicatif.
Notons que cette confusion sera entretenue par le fait de dire $a^n=a\times a\dots a\times a$ répété $n$ fois plutôt que $n$ facteurs égaux à $a$ le professeur devra donc faire attention à son langage.
D'autres commencent à calculer étape par étape, au bout d'une heure, de deux heures....etc
Un point est fait oralement sur la compréhension du sujet mais aucune solution n'est évoquée.
C'est alors que les élèves sont mis en groupes (3 ou 4). Les groupes sont formés à leur convenance par affinités.
La solution qui consiste à adopter un modèle additif est alors mise en défaut par les autres membres du groupe. Ils se rendent compte que le nombre de bactéries dès les premières étapes est beaucoup plus grand que 72......
Un seul groupe résiste et est d' accord sur la solution de 72 bactéries. Je leur demande donc d' écrire au bout d'une heure, de deux heures , de trois heures ….Le groupe comprend que leur résultat ne convient pas.
Rapidement dans la classe le produit de 24 facteurs égaux à 3 arrive comme solution.

$3 \times 26 = 78$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times$
$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$
$2,824295365 \times 10^{11}$

Il leur reste comme tâche à calculer cette multiplication et de donner l'écriture décimale exacte de ce nombre.( $T_0$ )
Certains écrivent toutes les étapes et calculent à chaque étape ..D' autres écrivent uniquement le résultat. Tous les groupes se servent de la calculette pour trouver l' écriture décimale du nombre.
Ceux qui ont fait étape par étape sont bloqués à l' étape 21. En effet la calculette renvoie un nombre écrit à l' aide de puissance de 10. La notation puissance n' a pas été vue et ils ne savent pas lire ce nombre. Ils me demandent donc ce que cela veut dire. Je leur explique alors que $10^{10}$ signifie $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$
Ils comprennent qu'il s' agit de multiplications par 10 et donc qu'il s'agit rajouter des zéros. Dans leur exemple. J' aurais pu choisir .de ne pas leur donner l' écriture et de les laisser chercher sur leur manuel.
Ils trouvent des résultats donnés par la calculette.

Le nombre initial de bactéries n' étant pas donné, certains raisonnent avec une bactérie, un autre groupe avec 10.



Bactérie : 10

1) 10 x 3 = 30
2) 30 x 3 = 90
3) 90 x 3 = 270
4) 270 x 3 = 810
5) 810 x 3 = 2430
6) [illegible] x 3 = 7290
7) [illegible] x 3 = 21870
8) 21870 x 3 = 65610
9) 65610 x 3 = 196830
10) 196830 x 3 = 590490
11) 590490 x 3 = 1771470
12) 5314410 x 3 = 15943230
13) 15943230 x 3 = 47829690
14) 143489070 x 3 = 143489070
15) 143489070 x 3 = 4[illegible]467210
16) 4[illegible]7210 x 3 = 1291401630
17) 1291401630 x 3 = 3874204890
18) 3874204890 x 3 = 1,162261467 x 10^10
19) 1,162261467 x 10 x 3 = 3,486784401 x 10^10
20) 3,486784401 x 3 = 1,0460353203 x 10^11
21) 1,046035320 x 10^11 x 3 = 3,138105961 x 10^11
22) 3,138105961 x 10^11 x 3 = 9,414317883 x 10^11
9,414317883 x 10^11 x 3 = 2,824295365 x 10^12
2,824295365 x 10^12 x 3 = 8,472886094 x 10^12

D'autres introduisent une lettre $x$ .

L' écriture condensée sous forme de puissance permet de rendre l' écriture plus lisible.
L' introduction du calcul littéral ne pose pas de problème majeur.

Calcul : 1x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3
x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3.

Calcul pour 2 bactéries : 2x3x3x3x3x3x3x3x3x3
x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3.

Quand on connait pas le nombre de bactéries : zx3
x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3x3
x3x3z.

Parallèlement, un autre groupe a commencé à calculer en posant les multiplications à la main et en faisant des regroupements.

$$\overbrace{\overbrace{3\times 3}^{9}\times\overbrace{3\times 3}^{9}}^{81}\times\overbrace{\overbrace{3\times 3}^{9}\times\overbrace{3\times 3}^{9}}^{81}$$

$$\overbrace{\overbrace{3\times 3}^{9}\times\overbrace{3\times 3}^{9}}^{81}\times\overbrace{\overbrace{3\times 3}^{9}\times\overbrace{3\times 3}^{9}}^{81}$$

$$\overbrace{\overbrace{3\times 3}^{9}\times\overbrace{3\times 3}^{9}}^{81}\times\overbrace{\overbrace{3\times 3}^{9}\times\overbrace{3\times 3}^{9}}^{81}$$

$$\underbrace{\underbrace{81\times 81}_{6561}\times\underbrace{81\times 81}_{6561}}_{43046721}\times\underbrace{81\times 81}_{6561}$$

Comment organiser les calculs pour en faire le moins possible ?

D'un autre côté, d'autres, qui réitèrent la multiplication par 3 en appuyant 23 fois sur la calculette sont bloqués pour la même raison. Ce groupe reste arrêté par cet obstacle.

L'un des groupes me demande l' accès à l' ordinateur. Ils essaient de trouver le résultat grâce à la calculette de l' ordinateur mais se retrouvent bloqués par le même problème d' écriture. Ils essaient alors d' utiliser le tableur.

Voilà ce qu'ils trouvent :

Fichier Édition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre Aic

L12

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Temps | Nombre de bactéries | | |
| 2 | | 0 | 1 | | |
| 3 | | 1 | 3 | | |
| 4 | | 2 | 9 | | |
| 5 | | 3 | 27 | | |
| 6 | | 4 | 81 | | |
| 7 | | 5 | 243 | | |
| 8 | | 6 | 729 | | |
| 9 | | 7 | 2187 | | |
| 10 | | 8 | 6561 | | |
| 11 | | 9 | 19683 | | |
| 12 | | 10 | 59049 | | |
| 13 | | 11 | 177147 | | |
| 14 | | 12 | 531441 | | |
| 15 | | 13 | 1594323 | | |
| 16 | | 14 | 4782969 | | |
| 17 | | 15 | 14348907 | | |
| 18 | | 16 | 43046721 | | |
| 19 | | 17 | 129140163 | | |
| 20 | | 18 | 387420489 | | |
| 21 | | 19 | 1162261467 | | |
| 22 | | 20 | 3486784401 | | |
| 23 | | 21 | 10460353203 | | |
| 24 | | 22 | 31381059609 | | |
| 25 | | 23 | 94143178827 | | |
| 26 | | 24 | ### | | |
| 27 | | | | | |
| 28 | | | | | |
| 29 | | | | | |
| 30 | | | Nombre de bactéries du départ | | |
| 31 | | | 1 | | |

Les colonnes n'étant pas assez grandes l' ordinateur ne leur donne pas la solution.
A la fin de l' heure ils vont dans la cellule, changent le « format » et finissent par trouver le nombre exact.(282 429 536 481)
Les autres groupes voient leurs camarades sur l'ordinateur et savent qu'ils ont trouvé. Ils sont intrigués et se demandent s'il faut utiliser l' ordinateur et pourquoi faire ?
Travail pour la séance suivante : réviser les fiches sur le fonctionnement du tableur

**Séance 2** :

En plénière

Après un bref rappel de l' énoncé du problème, j 'introduis la notation puissance aux élèves. Avant même que je ne l'introduise ce mot était déjà sorti mais aucun ne savait réellement ce que cela voulait dire .Ils l' avaient déjà entendu en sciences physiques.

Nous utilisons une feuille de correction. A l' oral, je leur fais travailler la notation puissance

« Et si les bactéries se multiplient par 5 , par 4 par 10 … ».Ils expriment les résultats à l' aide de puissances de 5, de 4 , de 10.

Ils voient là l'intérêt d'une telle notation qui permet d' écrire les résultats sous forme condensée.

Contrairement à un enseignement classique où la question «  ça sert à quoi ? » apparaît, ici aucun élève ne le demande et tous paraissent convaincus par une telle notation.

Nous nous arrêtons de donner les résultats au bout de 21 heures de prolifération des bactéries.

Nous faisons le point sur les pistes trouvées par les différents groupes.

Deux groupes ont trouvés un nombre final de bactéries au bout de 24 heures:

– le groupe tableur

– un groupe qui a réussi à écrire le résultat en partant du résultat de la calculette et en rajoutant les zéros nécessaires.

Nous confrontons alors les résultats sans expliquer la démarche.

Problème :

Le groupe tableur trouve : 282 429 536 481

Le groupe calculette trouve : 282 429 536 500

– Les résultats sont différents ! Qui a tort ? Qui a raison?

Je rebondis sur le fait qu'un groupe a utilisé l'informatique. Ils nous expliquent à l' oral ce qu'ils ont fait.

Je demande aux autres élèves de résoudre le problème de la même manière avec l' aide du tableur..

Fichier Édition Affichage Insertion Format Outils Données Fenêtre Aide

K15

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1 | Temps | Nombres de bactéries | |
| 2 | 0 | 1 | |
| 3 | 1 | 3 | |
| 4 | 2 | 9 | |
| 5 | 3 | 27 | |
| 6 | 4 | 81 | |
| 7 | 5 | 243 | |
| 8 | 6 | 729 | |
| 9 | 7 | 2187 | |
| 10 | 8 | 6561 | |
| 11 | 9 | 19683 | |
| 12 | 10 | 59049 | |
| 13 | 11 | 177147 | |
| 14 | 12 | 531441 | |
| 15 | 13 | 1594323 | |
| 16 | 14 | 4782969 | |
| 17 | 15 | 14348907 | |
| 18 | 16 | 43046721 | |
| 19 | 17 | 129140163 | |
| 20 | 18 | 387420489 | |
| 21 | 19 | 1162261467 | |
| 22 | 20 | 3486784401 | |
| 23 | 21 | 10460353203 | |
| 24 | 22 | 31381059609 | |
| 25 | 23 | 94143178827 | |
| 26 | 24 | 282429536481,0000000000000000000 | |
| 27 | | | |

Le groupe l' ayant déjà fait continue de travailler cette fois – ci sur papier

A la fin de l'heure tous les groupes ont fini le travail et l' ont envoyé leur fichier via l'ENT. Ceci me permet au passage de valider quelques compétences pour le B2i .

Travail pour la séance suivante : recherche internet : Qu' est ce que SOBIG ?

**Séance 3 :**

**En plénière :**

Bref rappel du problème :

Les élèves sont tous convaincus que le résultat trouvé par le tableur est juste mais alors pourquoi le résultat trouvé par l'un des groupes est il différent et par conséquent faux ? Ils pensent avoir fait une erreur de calcul.

Le groupe explique alors son raisonnement. Nous reprenons tous ensemble son cheminement. Ceci me permet d'introduire pour tous les puissances de dix. Nous remarquons le fait suivant grâce au détails des calculs : $10^{10}$ s' écrit 1 suivi de 10 zéros... $10^{11}$ ...1 suivi de 11 zéros....

Là encore ils voient l'intérêt d'utiliser la notation puissances pour éviter tous ces zéros !

Les calculs des élèves sont justes mais pourquoi un résultat différent entre calculette et ordinateur ?

Un élève s'exclame : «L'ordinateur est plus puissant »

Ils finissent par comprendre que la calculette est limitée.

Je leur demande alors de justifier pourquoi il est impossible que $3^{24}$ soit égal à 282 429 536 500(Résultat calculette )

Louis nous dit : « Le résultat est un multiple de 3 et donc Yann rétorque: « Les deux derniers chiffres doivent être dans la table de 3 !» Yann doit confondre avec les multiples de 4.

J' annonce donc que 112 est alors un multiple de 3 selon la règle énoncée par Yann. Est ce vrai ?Avec la calculette

$112 \div 3 \approx 37{,}333$

Alors comment reconnaître un multiple de trois ? La réponse ne vient pas. Je leur demande :

Comment reconnaître les multiples de deux?

Les multiples de 5 ? et de 9 ?

Finalement ils retrouvent le critère concernant la somme des chiffres.

On imagine que si personne ne retrouvait la règle, je leur aurais demander d' aller chercher dans leur livre, ou sur internet.

Revenons au problème.

Lorsqu'on fait la somme des chiffres de 282 429 536 500

On trouve 46 qui n'est pas multiple de 3.

Donc le nombre trouvé par la calculette n'est pas multiple de 3 ce qui est impossible pour $3^{24}$

Nous essayons de vérifier si les nombres trouvés par la calculette à partir de $3^{21}$ sont multiples de 3 ou non.

Nous trouvons

| **Au bout de** | **Nombre trouvé par la calculette** | **Multiple de 3** |
|---|---|---|
| 21 h | 10 460 353 200 | oui |
| 22 h | 31 381 059 610 | non |
| 23 h | 94 143 178 830 | oui |
| 24h | 282 429 536 500 | non |

Certains élèvent pensent que si le nombre est multiple de 3 alors le résultat de la calculette est juste.

Je leur propose donc de réfléchir au brouillon sur le problème suivant

$3^4$ est égal à 333 est ce vrai ? 333 est il multiple de 3 ?

Un débat est alors amorcé. 333 est multiple de 3 ( $3\times111$ ) mais il n'est pas égal à $3^4$ qui est égal à $3\times3\times3\times3$ c'est à dire 81.

Nous ne pouvons pas affirmer que si les résultats trouvés par la calculette sont multiples de 3 alors ils sont justes.

Ce raisonnement n'est pas vraiment facile pour beaucoup d' élèves et pose problème.

Comment trouver alors la valeur de $3^{24}$ sans ordinateur ?

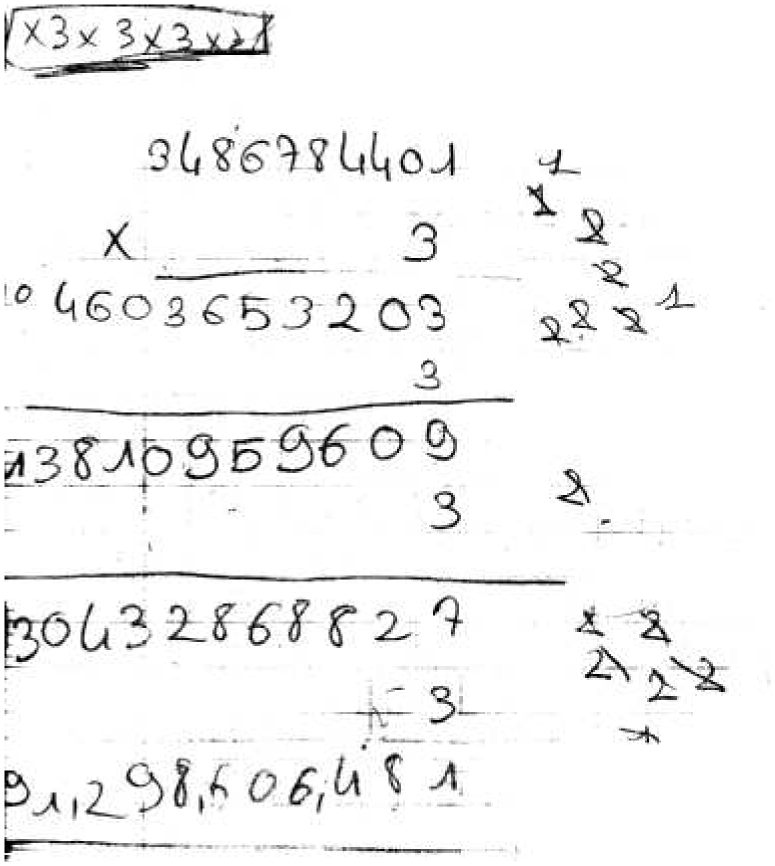
Nous pouvons posé les multiplications à la main.( idée de Caroline, élève très en difficulté en mathématiques)

Retour en groupes :

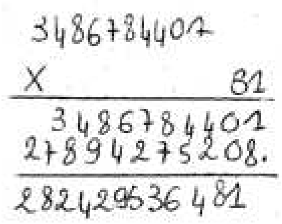
Les groupes essaient de trouver à la main les résultats ...certains disent c'est trop long ...

Je leur réplique ..alors trouve un moyen pour aller plus vite....

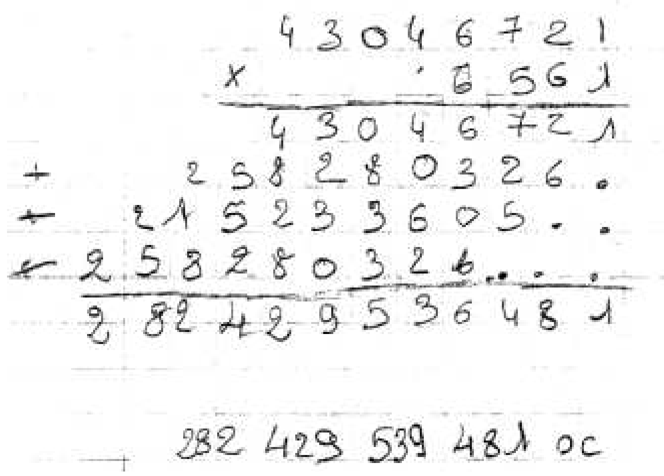
Tous les groupes finissent par trouver les résultats en posant à la main et en faisant des regroupements.



Ou encore …




Ou encore




Le groupe qui avait déjà entamé cette méthode continue son raisonnement et arrive au résultat assez rapidement ..je leur donne donc des exercices d'application sur la définition d'une puissance.

Travail pour la séance suivante : exercices sur la définition de la notation puissances (exercices du livre)

**<u>Séance 4 :</u>**

**En plénière :**

Correction des exercices sur la notation puissance

exercice sur la différence entre $a^n$ et $a \times n$

Fin de la correction de l' activité sur les bactéries: le groupe plus en avance explique que pour obtenir $3^{24}$ nous pouvons faire $3^{20} \times 3^4$

Nous nous arrêtons un instant pour travailler cette propriété.

Qu'es-ce que Sobig ?

Sobig est un virus informatique qui a infecté en août 2003 des millions d'ordinateurs. Il utilisait une faille présente dans tous les systèmes d'exploitation Windows ultérieurs à Windows 95 de Microsoft.
Il est apparu sous 6 noms différents : Sobig.A, Sobig.B, Sobig.C, Sobig.D, Sobig.E, Sobig.F
Il se réplique lui-même par le biais des courriels. Il utilise une technique dite d'email spoofing : il recherche aléatoirement une adresse électronique sur l'ordinateur infecté pour envoyer une copie de lui-même avec l'un de ces sujets :

- Re : Approved
- Re : Details
- Re : Re : My details
- Re : Thank you !
- Re : That movie
- Re : Wicked screensaver

Correction des recherches internet sur SOBIG

SOBIG est un ver informatique.

Je leur montre une information trouvée sur internet :

« A chaque contamination SOBIG infecte 20 adresses IP»

Je leur donne l' énoncé de la nouvelle activité sur SOBIG.

Enoncé 2 : **Activité 2** **Calculette et ordinateur interdits !!!**

Le virus « SOBIG.F » est un ver informatique qui se propage par e-mail. Il se présente sous la forme d'un message dont le titre est aléatoire et d'un fichier joint.

Au début un ordinateur est contaminé. Cette contamination donne lieu à l'infection de 20 autres ordinateurs (contamination numéro 1). Chaque ordinateur contaminé contamine à son tour 20 ordinateurs différents des premiers (contamination n°2), qui à leurs tours contaminent 20 autres ordinateurs…. (contamination n°3) Avec l'aide de l'indice, retrouvez combien d'ordinateurs sont infectés par SOBIG.F à la contamination n°24 ?

Dans cette activité, l'usage de la calculette et de l'ordinateur sont volontairement interdits. Les élèves comprennent donc qu'il va falloir calculer à la main. Chaque groupe a en sa possession un indice différent .

Je choisis l'indice que je donne aux groupes en fonction du niveau du groupe. Les groupes ont été formés par affinité . Cependant on peut remarquer que ces groupes correspondent (à part un seul) à  des groupes de niveaux.

On imagine que si tel n 'avait pas été le cas , j'aurai effectué quelques changements de manière à avoir des groupes de niveaux.

Travail pour la séance suivante : exercices sur les propriétés des puissances ( exercices du livre)

**Séance 5 :**

Correction des exercices.

Retour sur l' activité SOBIG !

Le modèle additif resurgit …..encore....alors même que nous avions corrigé des exercices mettant en exergue cette confusion...

L'erreur est bien ancrée. J' ai à ce moment là pas eu l'idée de noter les élèves qui font cette confusion. Je le ferai par la suite.

Rapidement, ils se corrigent ...

Tous les groupes démarrent et comprennent le lien entre l'activité sur les bactéries et celle- ci.

Certains refont le tableau de correction en l'adaptant.

| contamination n°...: | Ordinateur contaminer : | Notation : |
|---|---|---|
| 0 | X | X |
| 1 | 20 | $20^1 \times x$ |
| 2 | 20×20 | |
| 3 | 20×20×20 | |
| 4 | 20×20×20×20 | |
| 5 | 3200000<br>20×20×20×20×20 | |
| 6 | 20×20×20×20×20×20 | |
| 7 | 20×20×20×20×20×20×20 | |
| 8 | 20×20×20×20×20×20×20×20 | |
| 9 | 20×20×20×20×20×20×20×20×20 | |
| 10 | 20×20×20×20×20×20×20×20×20×20 | |
| 11 | 20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20 | |
| 12 | 20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20 | |

| | |
|---|---|
| 13 | 20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20 |
| 14 | 20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20×20 |
| 15 | $20^{15}$ |
| 16 | $20^{16}$ |
| 17 | $20^{17}$ |
| 18 | $20^{18}$ |
| 19 | |
| 20 | $20^{20}$ |
| 21 | $20^{21}$ |
| 22 | $20^{22}$ |
| 23 | $20^{23}$ |
| 24 | $20^{24}$ |

**Voici la liste des indices :**

**Indice groupe 1**

Au bout de la contamination n°6 SOBIG infecte 64 000 000 ordinateurs.

proposé à un groupe de bon niveau...

**Indice groupe 2**

Au bout de la contamination n°8 SOBIG infecte 25 600 000 000 ordinateurs.

proposé à un groupe de bon niveau

**Indice groupe 3**

Au bout de la contamination n°19 SOBIG infecte $524288 \times 10^{19}$ ordinateurs.

Au bout de la contamination n°5 SOBIG infecte 3 200 000ordinateurs.

proposé à un groupe de niveau faible.

**Indice groupe 4**

Au bout de la contamination n°20 SOBIG infecte 1 048 576×$10^{20}$ ordinateurs.

Au bout de la contamination n°4 SOBIG infecte 160 000 ordinateurs.

proposé à un groupe de niveau très faible.

**Indice groupe 5**

Au bout de la contamination n°10 SOBIG infecte 1024 ×$10^{10}$ ordinateurs.

proposé à un groupe de niveau moyen

**Indice groupe 6**

Au bout de la contamination n°26 SOBIG infecte 67108864 ×$10^{26}$ ordinateurs.

Au bout de la contamination n°2 SOBIG infecte 400 ordinateurs.

proposé à un groupe contenant une très bonne élève et une élève moyenne.

L'objectif est de les obliger à dégager et à utiliser les propriétés des puissances.

- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ pour $a$ et $b$ nombres relatifs , et $n$ entier naturel.
  On l' utilise pour calculer $20^n = (2 \times 10)^n = 2^n \times 10^n$

- $a^n \times a^p = a^{n+p}$ pour $a$ nombre relatif, $n$ et $p$ entiers naturels.

On l'utilise avec l'indice 3 par exemple :

$20^{24} = 20^{19} \times 20^5$

- $\dfrac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ a nombre relatif non nul, $n$ et $p$ entiers naturels

avec dans cette activité $n > p$

On l'utilise avec l'indice n°6

$20^{24} = \dfrac{20^{26}}{20^2}$

- $(a^n)^p = a^{n \times p}$ nombres relatifs, $n$ et $p$ entiers naturels.

On l'utilise avec l'indice 1 par exemple

$20^{24} = 20^{6 \times 4} = (20^6)^4$

L'un des problèmes majeur est de « gérer » tous les zéros qui apparaissent.

Certains indices sont donnés avec des puissances de 10. Il faut donc lire les nombres et en comprendre la signification, ce qui n'est pas facile pour eux.

0 | 1
1 | 20
2 | 400
3 | 8000
4 | 160000
5 | 3200000
6 | 64000000
7 | 1080000000
8 | 2160000000 00
9 | 432000000000
10 | 8640000000000
11 | 1728000000000000
12 | 3456000000000000
13 | 69120000000000000000
14 | 138240000000000000000

15 | 27648 000000000000000000
16 | 55296 00000000000000000
17 | 110592 00000000000000000
18 | 221184 000000000000000000
19 | 442368 0000000000000000000
20 | 884736 000000000000000000
21 | 1769572 00000000000000000000
22 | 3539144 00000000000000000000

23 | 7078288 000000000000000000000000
24 | 14156576 000000000000000000000000

10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10
= 10000000000 × 1024,
1024

1728 × 2 = 3456
3456 × 2 = 6912
6912 × 2 = 13824
13824 × 2 = 27648
27648 × 2

55296 × 2 = 110592
110592 × 2 = 221184
221184 × 2 = 442368
442368 × 2 = 884736
884736 × 2 = 1769572
1769572 × 2

3539144 × 2 = 7078288
7078288 × 2 = 14156576

Il a fallu du temps pour que les groupes comprennent l'usage des puissances de 10. Ils ajoutent les zéros....
Puis les enlèvent ….puis les remettent ….
L' utilisation des puissances de dix n'est pas si simple.
On voit surgir des erreurs insoupçonnées sur les nombres décimaux.
En effet, pour le groupe possédant l'indice n°3 ils traduisent $524288 \times 10^{19}$ comme étant le nombre $52\,428\,800\,000\,000\,000\,000$ soit « 14 zéros derrière 524288 »
Je leur demande donc à l' oral pourquoi 14 zéros. Le groupe m ' explique qu'il déplace la virgule de 19 rangs vers la droite et la virgule pour eux se situe au niveau du 5 !
Un bilan est effectué pour tous sur les puissances de 10.

Notons que certains groupes sont bloqués par l'indice et préfèrent essayer de calculer sans. Cette étape leur permet néanmoins de mieux appréhender l'énoncé.

L'utilisation de l'indice et l'interdiction de la calculette et de l'ordinateur les oblige à trouver des stratégies. Ils utilisent les propriétés des puissances.
Tous les groupes arrivent à mobiliser ces propriétés des puissances et arrivent au résultat.

## *2. L'AER : Les bactéries - deuxième partie*

Énoncé : Un antibiotique bactéricide est une molécule qui détruit la croissance des bactéries.
On appelle CMB la Concentration Minimale Bactéricide.
Dans certaines conditions (notamment à 37°C), si on injecte cette quantité minimale bactéricide dans une souche infectée la population de bactéries est divisée à chaque heure par 1,67.
Expliquer pourquoi au bout de 18h de culture, l'antibiotique laisse moins de 0,01% de survivants de la population microbienne. On dit que cette valeur caractérise l'effet bactéricide d'un antibiotique.
*Analyse à priori*

Il s' agit d'introduire les exposants négatifs.

On rencontrera dans cette activité le type de tâches $T_1$ , $T_2$ , $T_3$ et $T_8$ .

*Narration de séance*

**Première séance :**

Un travail est d' abord proposé individuellement pendant 10 minutes pour que les élèves puissent commencer à réfléchir et à se plonger dans l' activité.
Un bilan est fait ensemble sur l'énoncé ( reformulation de la situation , aucune piste n'est donnée).
Notons que l'énoncé sous cette forme pose des problèmes. Le vocabulaire est difficile.
Pour une prochaine année, je changerai les mots afin que l'activité soit abordable plus vite.
La mise en route est plus longue et laborieuse que les autres activités.
Une question est posée sur 1,67. Un élève s'interroge. 1,67 n'est pas entier et cela ne lui semble pas logique. J'explique qu'il s' agit d'une moyenne que les bactéries se multiplient et se divisent et qu'en moyenne au bout d'une heure le nombre de bactéries est divisée par 1,67.
Les élèves continuent le travail en groupes de 3 ou 4 élèves. Les groupes sont réalisés par affinités. Les élèves ont le choix de se mettre avec qui ils veulent.
Tous les groupes démarrent et cherchent.
Un début difficile …

Puisque chaque heure la population de bactéries est divisé par 1,67, alors c'est normal que au bout de 18 heures la population est de 0,01%.

Oui, mais encore ?
Certains élèves reproduisent l' erreur qu'ils avaient déjà manifesté dans les exercices précédents : confusion entre modèle additif et multiplicatif.
On divise quoi par quoi ? Voilà des questions qu'amène la division.

1,67 ÷ 18 = 0.9÷
0.09 ÷ 001 = 9

Un autre groupe :

X = nombre de bacterie avant de mettre le bactericide

$\frac{X}{1,67}$ nombre de b : par heure

$\frac{X}{3,34}$ nombre de b... : pa heure

Cette erreur est bien ancrée, alors même qu'elle avait disparu dans les exercices d' automatismes. En effet, ils avaient à comparer $a \times n$ et $a^n$ sur des exemples simples.
L' erreur avait disparu lors des exercices sans contexte. Sur l' activité des antibiotiques, avec un contexte elle réapparait.

Les groupes recherchent et trouvent assez naturellement qu'il faut diviser le nombre de bactéries de départ par $1{,}67^{18}$ mais sans le justifier .
Certains se posent quand même des questions :

$x : 1{,}67^2$

$$\frac{\frac{x}{1{,}67}}{1{,}67} \overset{?}{=} \frac{x}{1{,}67^2}$$

$$= \frac{x}{1{,}67 \times 1{,}67}$$

Un groupe le justifie

$$(x : 1{,}67) : 1{,}67 = x : \underbrace{1{,}67^2}_{2{,}7889}$$

$$x \times \frac{1}{1{,}67} \times \frac{1}{1{,}67} = x : \frac{1}{1{,}67^2}$$

Ils écrivent les divisions soit pas à pas soit en écrivant directement le nombre de bactéries au bout de 18h.

$x$ le nombre de bactéries au début :

$x : 1{,}67$ au bout de 1 heures.
$x : 1{,}67^{18}$ au bout de 18 heures.

Ou encore ….

| | Temps au bout de… | Nombre de bactéries | Notation |
|---|---|---|---|
| | 0 h | $x$ | $\cancel{\phantom{x}}$ |
| $: 1{,}67$ | 1 h | $x : 1{,}67$ | $x : 1{,}67^1$ |
| $: 1{,}67$ | 2 h | $x : 1{,}67 : 1{,}67$ | $x : 1{,}67^2$ |
| $: 1{,}67$ | 3 h | | $x : 1{,}67^3$ |
| $: 1{,}67$ | 4 | | $x : 1{,}67^4$ |
| $: 1{,}67$ | 5 | | $x : 1{,}67^5$ |
| $: 1{,}67$ | 6 | | $x : 1{,}67^6$ |
| $: 1{,}67$ | 7 | | $x : 1{,}67^7$ |
| | … | | … |
| | 15 | | $x : 1{,}67^{15}$ |
| $: 1{,}67$ | 16 | | $x : 1{,}67^{16}$ |
| $: 1{,}67$ | 17 | | $x : 1{,}67^{17}$ |
| $: 1{,}67$ | 18 | | $x : 1{,}67^{18}$ |

Ce groupe présente les résultats comme l' activité des bactéries mais en divisant par 1,67 au lieu de multiplier par 3. Ils voient le lien avec la première activité.
A la fin de la première heure, tous les groupes ont trouvé le nombre de bactéries au bout de 18 heures en ayant ou pas justifiées toutes les étapes.

**Deuxième séance :**
Reprise de l' activité. Début de mise au point . J'introduis la notation des puissances avec les exposants entiers **négatifs.**

$$1{,}67^{-18} = \frac{1}{1{,}67^{18}}$$

On travail sur les exposants négatifs.
Des exercices sont faits sur la définition.( mise en place des automatismes) ainsi que des
exercices sur les puissances de dix(avec des exposants négatifs).
Pour la séance suivante : exercices et automatismes sur les puissances d' exposants entiers négatifs.

**Troisième séance**
Correction des exercices.
Éléments de leçon
Exercices sur les exposants négatifs puissances de dix d' exposants négatifs.

**Quatrième séance :**
Reprise de l' activité en groupes Il s' agit de justifier qu'il y a moins de 0,01 % de survivants au bout de 18h et de finaliser leurs travaux jusqu'à présent au brouillon.
Le pourcentage pose problème. Ils cherchent longuement. Les documents sont autorisés. Ils cherchent dans leur manuel.

1) Ici nous avons désigné le chiffre 1 comme le ~~X~~ nombre de bactéries de départ.

| | | |
|---|---|---|
| $1 \div 1{,}67 \approx 0{,}59$ | $0{,}01 \div 1{,}67 \approx 0{,}009$ | $0{,}0002 \div 1{,}67 \approx 0{,}0001$ |
| $0{,}59 \div 1{,}67 \approx 0{,}35$ | $0{,}009 \div 1{,}67 \approx 0{,}005$ | |
| $0{,}35 \div 1{,}67 \approx 0{,}21$ | $0{,}005 \div 1{,}67 \approx 0{,}003$ | |
| $0{,}21 \div 1{,}67 \approx 0{,}12$ | $0{,}003 \div 1{,}67 \approx 0{,}002$ | $0{,}0001 \div 1{,}67 \approx 0{,}00009$ |
| $0{,}12 \div 1{,}67 \approx 0{,}07$ | $0{,}002 \div 1{,}67 \approx 0{,}001$ | |
| $0{,}07 \div 1{,}67 \approx 0{,}04$ | $0{,}001 \div 1{,}67 \approx 0{,}0007$ | |
| $0{,}04 \div 1{,}67 \approx 0{,}02$ | $0{,}0007 \div 1{,}67 \approx 0{,}0004$ | |
| $0{,}02 \div 1{,}67 \approx 0{,}01$ | $0{,}0004 \div 1{,}67 \approx 0{,}0002$ | |

Un groupe part de 1 bactérie et effectue les divisions pas à pas.
D' autres de 100 bactéries pour obtenir un pourcentage.

Si on ne connaît pas la population de bacteries de départ on peut l'appelée x et pour trouver le nombre de survivants on fait $x \times 1{,}67^{-18}$.
Pour savoir s'il y a bien 0,01 % de survivants x devient le moins nombre 100 et on effectue le calcul : $100 \times 1{,}67^{-18}$ ce qui nous donnes environ 0,009 % des survivants. Car on part d'un pourcentage.

D' autres partent de 1 000 000 de bactéries.

Nous allons voir le resultat de 18 h de culture d'un million de bactéries.

| Temps | Population |
|---|---|
| Au départ | 1 000 000 |
| Après 1h | 598 802,3952 |
| Après 2h | 358 564,3085 |
| Après 3h | 214 709,1668 |
| Après 4 h | 128 568,3633 |
| Après 5 h | 76 987,04391 |
| Après 6 h | 46 100,0263 |
| Après 7 h | 27 604,80617 |
| Après 8 h | 16 529,82405 |
| Après 9 h | 9 898,098234 |
| Après 10 h | 5 927,004931 |
| Après 11 h | 3 549,104749 |
| Après 12 h | 2 125,212424 |
| Après 13h | 1 272,58229 |
| Après 14 h | 762,0253234 |
| Après 15 h | 456,3025889 |
| Après 16h | 273,2350832 |
| Après 17 | 163,6138222 |
| Après 18 | 97,3723485 |

Beaucoup utilisent le calcul littéral en appelant $x$ le nombre de départ.
Un bilan est fait en fin de séance.

On prend $x$ bactériés au départ.
Au bout d'une heure $= x : 1,67$
Au bout de deux heures : $x : 1,67 : 1,67$ ou $x : 1,67^2$
Au bout de dix-huit heures : $x : 1,67^{18}$
$(x : 1,67) : 1,67 = (x : 1,67) \times$ $\frac{x}{1,67} = \left(\frac{x}{1} \times \frac{1}{1,67}\right) \times \frac{1}{1,67} = \frac{x}{1,67^2}$
Au bout d'une heure $= \frac{x}{1,67}$

Au bout de deux heures $= \frac{x}{1,67^2}$

Au bout de dix-huit heures $= \frac{x}{1,67^{18}}$

$\Downarrow$

$\frac{1}{1,67^{18}} \approx 0,000097972$

$0,01\% = 0,0001$

$0,0001 > 0,00009$

Donc notre résultat est plus petit que $0,01\%$.

D'autres travaux...

| Temps | Population | Population autre écriture | Population : écriture avec une puissance d'exposant négatif |
|---|---|---|---|
| Au départ | $x$ | $x \times \frac{1}{1,67^0}$ | $x \times 1,67^{-0}$ |
| après 1h | $x : 1,67$ | $x \times \frac{1}{1,67^1}$ | $x \times 1,67^{-1}$ |
| après 2h | $(x : 1,67) : 1,67$ | $x : 1,67^2$ ou $x \times \frac{1}{1,67^2}$ | $x \times 1,67^{-2}$ |
| après 3h | $[(x : 1,67) : 1,67] : 1,67$ | $x \times \frac{1}{1,67^3}$ | $x \times 1,67^{-3}$ |
| après 4h | $[[(x : 1,67) : 1,67] : 1,67] : 1,67$ | $x \times \frac{1}{1,67^4}$ | $x \times 1,67^{-4}$ |
| . . . . | . . . . | . . . . | . . . . |
| après 18h | . . . . . | $x \times \frac{1}{1,67^{18}}$ | $x \times 1,67^{-18}$ |
| après n h | . . . . . . | $x \times \frac{1}{1,67^n}$ | $x \times 1,67^{-n}$ |

↑Pour remplir cette colonne, on utilise la propriété : « Diviser, c'est multiplier par l'inverse ».

## 3. L'AER : SoBig - deuxième partie

**a) Travail à la maison**

Voici le travail de recherches donné à faire à la maison :

« Dans l' activité SOBIG, on trouve qu'au bout de la contamination n°24, $16\,777\,216 \times 10^{24}$ ordinateurs sont infectés. Qu'en pensez vous ? Appuyez votre raisonnement par des nombres précis (cherchés sur internet par exemple). Vous ferez preuve d'esprit critique. »

A la donnée du sujet , un élan d' agitation se soulève. « Que veut dire esprit critique ? »

Certains rétorquent : « Nous, on n' aime pas critiquer »

« Qu'est ce qu'il faut faire ? »

Les élèves ne sont pas habitués à ce type de travail et sont déstabilisés. Le stress des élèves à ce moment est palpable.
Ils sont habitués à appliquer des consignes, à mesurer, à reproduire des modèles ..
Ils sont habitués à prendre la parole du professeur comme vérité absolue sans se poser de questions sur la véracité des informations données.
Cela fait même souvent partie, de manière implicite du contrat de l' élève . Mais on peut alors s' interroger sur le lien entre l' école et la société si l' école ne les autorise pas à se poser des questions.
La question de la cohérence, de la justesse, de la crédibilité des informations se pose.
Si l'on s' autorise en classe à prendre une question au sérieux , il faut donc enquêter sur les données de cet exercice dont l'information a été trouvée sur internet.

Beaucoup d' élèves écrivent des phrases du type :
«SOBIG se diffuse très rapidement »
« C'est une virus très costo »
« SOBIG se situe à la première place des virus »
« SOBIG est un virus très méchant et c'est pas très intelligent de l' avoir inventé »
« C'est une virus énorme et qui fait beaucoup de dégâts »
« SOBIG se développe très rapidement »
« Je pense que cela fait beaucoup d' ordinateurs contaminés »

$16\ 777\ 216 \times 10^{24} = 16\ 777\ 216\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000$ ordinateurs ont été infecté. C'est un nombre énorme d'ordinateurs.
C'est pas très intelligent d'avoir créer un tel virus car un grand nombres d'ordinateurs a été infecter.

Quelques rares élèves vont un peu plus loin.
Ils font le lien entre le nombre d' habitants sur la planète, voir le nombre d' ordinateurs sur Terre et comparent avec le nombre d' ordinateurs infectés par SOBIG.
Il y a plus d' ordinateurs infectés que d' ordinateurs présents sur Terre !

Je trouve que c'est énorme car en seulement 24 contamination
Sobig peut infectés beaucap d'ordinateur.
Mais je ne pense pas qu'il y a autant d'ordinateurs
que ça sur la planète. En effet, il n'y a que
un peu plus de 1 milliards d'ordinateurs sur la planète
alors qu'au bout de la contamination n°24 Sobig
peut en contaminer 16 777 216 000 milliards $\times 10^{24}$.
Mais à la contamination n° 7 seulement sobig peut
contaminer tous les ordinateurs du monde s'il ouvrent

Je pense que ça fait beaucoup car nous
sommes environ 7 milliard sur Terre est le
nombre trouvé est $16777216 \times 10^{24}$.

$16777216 \times 10^{24} \div 700\,000\,000\,000 \approx$
$23\,967\,45\,14\,285\,714\,2857$.

Il faudrai que nous ayons 23 967451428
5714 2857
ordinateur par personne.

Le nombre est incoérent.

**b) Reprise du travail en classe à partir des productions d' élèves**

Je m' appuie sur l' idée de certains d' avoir cherché le nombre d' ordinateurs .sur Terre. On calcule ensemble les ordres de grandeur du nombre d' ordinateurs infectés et du nombre d' ordinateurs dans le monde.(on utilise les puissances de dix)

Tous sont alors convaincus de l' incohérence.
Je lance donc une nouvelle recherche à la maison qui consiste à trouver des arguments pour comprendre cette incohérence. Les élèves sont donc invités à enquêter sur des pistes d' argumentation.

**c) Résultats de leurs recherches**

Sur plusieurs sites on retrouve qu'à chaque contamination le virus cherche à infecter 20 adresses IP.
Ils trouvent trois raisons à cette incohérence :
-la contamination se fait par l' envoi d'un e- mail avec fichier joint. Si le mail et le fichier joint ne sont pas ouverts , il n'y a pas contamination.
-les antivirus permettent de bloquer la contamination.
-le virus ne se transmet que sous « windows. »

Mais à la contamination n° 7 seulement sobig peut contaminer tous les ordinateurs du monde s'il ouvrent leur message contaminer. Cela veut dire qu'en 7 heures tous les ordinateurs du monde peuvent être contaminés. Mais il faut que les personnes qui ont des ordinateurs contaminés ouvre leur message contaminé. Mais en envoyant plus de message Sobig à plus de chance de contaminer beaucoup d'ordinateur car si on voit plusieurs messages pareils on est tenté de les ouvrir.

Si il n'y avais pas eut d'antivirus les 2,6 millions d'e-mails contaminés auraient tous contaminés d'autres e-mails, donc d'autre ordinateurs et la →

moyenne des ordinateurs contaminés aurait encore était différente.

Ainsi des branches de l' arbre disparaissent .A chaque étape sur les 20 ordinateurs, beaucoup moins sont contaminés et recontaminent à leurs tours de nouveaux ordinateurs.

Pierre-Louis, très motivé, se propose de chercher combien de personnes sont sur windows et combien ont des antivirus pour refaire les calculs de manière plus juste.

Finalement, il n 'arrive pas à trouver l' information sur internet.

Parallèlement, j' avais aussi fait la recherche. J' ai rapidement fait appel à quelqu'un compétent, n' y comprenant pas grand chose en informatique !

Il m 'explique qu' à chaque infection l' ordinateur cherche à contacter 20 adresses IP sur le port 8998 et que tous les ordinateurs ne sont pas connectés à ce port.

Il est aussi possible connaissant la nature de l'infection de bloquer ce port.(ce qui correspond à l' antivirus, piste trouvée par les élèves)

De plus deux adresses IP peuvent correspondre à un même ordinateur. En effet, une adresse IP est différente d' une adresse MAC, qui ,elle, est identification précise d'un ordinateur matériel.

Ce travail n'est pas facile à conduire en classe car on tombe sur des domaines que l'on ne maitrise pas. Il faut donc accepter que ce soient les élèves qui apportent des réponses auxquelles on avait pas pensé et que le professeur ne soit pas le seul à détenir le savoir. Le professeur a un rôle de directeur d' études.

**d) Reprise du travail en classe à partir des productions d' élèves**

On reprend les idées émises par les différents élèves et on fait le bilan du travail.

Je lance un nouveau travail : Beaucoup d' élèves dans le premier travail avaient écrit : « SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur. Il se situe à la première place.» Vrai ou faux ?

Comment pourrait on prouver cette affirmation ?

C'est vrai car c'est écrit sur internet. On engage donc une discussion sur le sujet suivant « faut il croire tout ce qui est dit sur internet ? »
Il s'agit là faire de l' éducation à la citoyenneté, former à l'esprit critique.
Aucune idée n' apparaît. Les élèves sont habitués à emprunter les discours courants.
Je leur demande donc : Imaginez que je dise : «  Tom est petit » Comment peut on justifier qu'il est vraiment petit ?
L' idée de comparer par rapport aux autres surgit alors. Il est petit parce que les autres sont plus grands.
Il faut donc comparer le virus Sobig aux autres virus.
Qu'allons nous comparer ? Quels nombres  ?
Nouvelle recherche ensemble en classe. Ils trouvent de bonnes idées :

– le nombre d'ordinateurs infectés
– la vitesse à laquelle le virus s'est propagé
– le pourcentage d'ordinateurs infectés
– les dégâts en terme d' utilisation : certains virus bloquent uniquement internet d'autres bloquent tout
– les dégâts en termes d' argent perdu. ( millions de dollars ...)

Je n' avais pas pensé aux deux dernières idées.
A partir de leur première production , j'avais classé les copies où les mêmes idées étaient présentes en cinq groupes :
Certains élèves parlaient de la durée de vie du virus. Certains n'ont duré que quelques jours d'autres plusieurs jours , d'autres plusieurs années...L'idée d'estimer les dégâts en terme d'utilisation ne paraissant pas facile à exploiter, on remplace par la comparaison de la durée de vie des virus.

**e) Nouvelle recherche : travail différent selon les groupes**

Tous doivent comparer les virus en cherchant sur internet les informations. Tous les groupes ne comparent pas les mêmes grandeurs.
J'ai pris garde de différencier le travail aussi selon leur niveau, de manière à ce que l'activité soit accessible à tous et que tous se lancent dans l'enquête.(travail différencié).Nous partons donc en salle informatique.

**Consignes :**
**GROUPE 1**
**Activité  SOBIG**
« SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur  » **vrai ou faux?**

Pour le savoir, relever des informations sur internet sur 3 ou 4 autres virus informatiques et comparer l**e nombre d' ordinateurs infectés.**

**GROUPE 2**

**Activité SOBIG**

« SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur » **vrai ou faux?**

Pour le savoir, relever des informations sur internet sur 3 ou 4 autres virus informatiques et comparer **le pourcentage d'ordinateurs infectés par rapport au nombre total d' ordinateurs dans le monde ou pouvant être infectés.**

**GROUPE 3**

**Activité SOBIG**

« SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur » **vrai ou faux?**

Pour le savoir, relever des informations sur internet sur 3 ou 4 autres virus informatiques et comparer **la vitesse moyenne de propagation du virus.**

**GROUPE 4**

**Activité SOBIG**

« SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur » **vrai ou faux?**

Pour le savoir, relever des informations sur internet sur 3 ou 4 autres virus informatiques et comparer **le temps écoulé pour arrêter le virus.**

**GROUPE 5**

**Activité SOBIG**

« SOBIG est un virus informatique énorme et dévastateur » **vrai ou faux?**

Pour le savoir, relever des informations sur internet sur 3 ou 4 autres virus informatiques et comparer l**es dégâts estimés en dollars par exemple.**

La recherche d'informations sur internet est une difficulté pour les élèves.
Que taper sur google ? Comment chercher ?
A l ' avenir, avant cette séance , je demanderai à la documentaliste de faire une séance sur comment mener à bien une recherche internet.

Ils trouvent des informations et des documents mais ils datent de 1998 . Depuis d' autres virus sont apparus. Ils trouvent aussi des informations contradictoires entre plusieurs sites ...Le groupe 4 qui travaille sur la durée de vie des virus peine beaucoup. Ils trouvent une date d' apparition du virus SOBIG, et une date de fin. Mais ils sont perdus pour le calcul de la durée de vie du virus. Ils veulent calculer de manière précise et ne comprennent pas qu'ici un ordre de grandeur suffit. Pour d' autres virus ils trouvent une date d' apparition mais pas de date de fin.
A la fin de l' heure, ils n' ont quasiment pas avancé et sont très déçus. Je leur laisse la possibilité de me rendre le travail le lendemain.
Le groupe qui compare le nombre d' ordinateurs infectés a des informations sous la forme dizaine de milliers d' ordinateurs, des millions,....
Ils me demandent s'ils ont droit d' utiliser les puissances qui seraient plus pratiques...
Je leur répond : « à votre avis ? » Ils comprennent que c'est oui. C'est pour moi une satisfaction de voir que d' eux mêmes ils utilisent les puissances de dix et l' écriture scientifique pour faciliter la comparaison des nombres trouvés sur internet.

## Conclusion

Les activités telles que les bactéries et Sobig ont permis aux élèves de mener une enquête et d'envisager les puissances comme réponse à un problème. Ils se sont autorisés à se poser des questions. Ils ont jalonné eux- mêmes le parcours en sous -questions. Ils sont allés dans des domaines autres que mathématiques, dans le domaine de l'informatique en prenant la question du virus SOBIG au sérieux. Cette démarche d'investigation leur a plu et on peut alors espérer que le rapport qu'ils auront aux mathématiques en dehors de l' école en sera changé. En tout cas, pour ma part, le rapport que j' entretiens avec l'enseignement des mathématiques est modifié. Cette expérience me pousse à ne pas revenir en arrière vers des méthodes d'enseignement plus classiques.

# Annexes

**Nom et prénom :……………**

# Devoir surveillé de 4$^{ème}$ 2

| Item | Commentaires |
|---|---|
| C1 | |
| C4 | |
| D2 | |

**EXERCICE 1 : (3 points)** Ecrire les nombres suivants sous la forme $10^n$ :

$10^{-6} : 10^{-8} =$ $\quad$ $10^{-6} \times 10^{9} =$ $\quad$ $10^{2} : 10^{10} =$ $\quad$ $10^{3} \times 10^{-4} =$

$10^{-4} \times 10^{9} =$ $\quad$ $(10^{7})^{-9} =$ $\quad$ $(10^{-6})^{0} =$ $\quad$ $10^{7} \times 10^{8} =$

$10^{-6} \times 10^{-8} =$ $\quad$ $(10^{-9})^{-4} =$ $\quad$ $10^{25} \times 10^{-0} =$ $\quad$ $(10^{2})^{3} =$

**EXERCICE 2 : (3,5 points)**
Calculer. Détailler les étapes. Certains résultats peuvent être donnés sous la forme d'une fraction irréductible :

$2^5 =$ …………………………………….. $\quad$ $(-3)^3 =$ ……………………………………..

$(-5)^{-2} =$ ………………………………… $\quad$ $2^{-1} =$……… $\quad$ $3^{-3} =$………

$(\frac{2}{5})^{2} =$ ………………. $\quad$ $(\frac{1}{4})^{3} =$ ………………

**EXERCICE 3 : (3 points)** Prendre une feuille de papier. Son épaisseur est de l'ordre de 0,1 mm. La plier en deux. Quelle est son épaisseur ? De nouveau la plier en deux. Quelle est sa nouvelle épaisseur ? Puis essayer de nouveau de la plier en deux … puis de nouveau… Imaginer que l'on ait effectué 20 pliages. Quelle est la nouvelle épaisseur ? La tour Eiffel mesurant 320 m, au bout de combien de pliages « théoriques » dépasserait on la tour Eiffel ? Expliquer.

**EXERCICE 4 : (2 points)** Ecrire sous la forme d'une puissance :

$3^4 \times 3^{-5} =$ …. $\quad$ $7^6 \times 7 =$ …. $\quad$ $(-2)^4 \times (-2)^2 =$ …. $\quad$ $11^0 \times 11^5 =$ ….

**EXERCICE 5 : (3 points)**

Ecrire les nombres suivants à l'aide d'une puissance de 10 :

a) Taille d'un atome d'oxygène : 0,000 000 001 m. Convertir en cm.

b) Consommation mondiale moyenne de barils de pétrole par jour : 81 444 000.

c) Consommation moyenne aux Etats-Unis de barils de pétrole par jour : 20 732 000

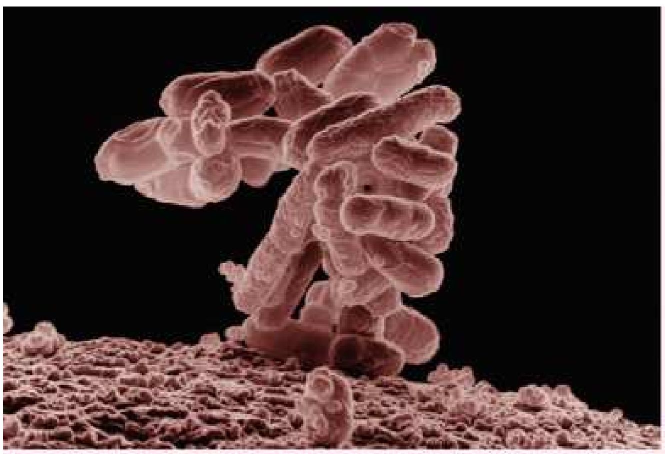
d) Quelle est la part des Etats –Unis en pourcentage ?

**EXERCICE 6 : (2,5 points)** Ecrire les nombres suivants en notation scientifique :

A=Neuf cent milliards B= 0,000034 $\quad$ C= 34 000 000 $\quad$ D =1436,00789 $\quad$ E=7654321 × $10^{-5}$

**EXERCICE 7 : (3 points)**

Cette bactérie est elle plus grande en taille ou plus petite que le virus du SIDA qui mesure $100 \times 10^{-9}$ m ? Expliquer.



(source : http://fr/wikipedia.org)

8 mm sur la photo représentent $10^{-6}$m.

# Exercices :  Les puissances de dix

Exercice 1  Donner l' écriture décimale des nombres suivants :

a) $10^{-5}$ b) $10^{-7}$ c) $10^{-2}$ d) $10^{-8}$ e) $10^{-10}$ f) $10^{-0}$

**Exercice 2**

La taille d'une bactérie peut atteindre 0,000003 m habitants.

Écrire ce nombre à l' aide de puissances de dix. Y a t- il plusieurs possibilités ?

**Exercice 3**

la taille d'un globule rouge est d'environ $7\times10^{-6}$ m. Écrire ce nombre en écriture décimale.

Combien cela fait il de cm? De mm? De dm ?

**Exercice 4**

Voici des nombres que l'on peut lire sur des écrans de calculatrice. Donne leur écriture décimale.

a) $367{,}89\times10^{-4}$

b) $-779{,}8\times10^{-6}$

c) $2{,}93\times10^{-5}$

d) $-90976{,}5\times10^{-2}$

**Exercice 5**

La masse d'un atome de carbone est égale à $1{,}99\times10^{-26}$ kg. Les chimistes considèrent des paquets de $6{,}022\times10^{23}$ atomes. Calculer la masse d'un tel paquet.

**Exercice 6**

Donne un encadrement par deux puissances de 10 de l' âge de le Terre qui est d'environ 4,5 milliards d'années.

| Item | Commentaires |
|---|---|
| NOMBRES ET CALCULS | |