

# Rallye Mathématique d'Auvergne 2015

## 18<sup>e</sup> édition

À vous, maintenant, jeunes collégiens et lycéens d'Auvergne de faire preuve de vos qualités de réflexion, d'initiative, d'imagination ! Au sein de votre équipe, les connaissances et compétences de chacun seront nécessaires pour venir à bout des exercices originaux et astucieux que l'équipe d'élaboration des sujets vous a préparés.

Mais malgré les difficultés que vous allez rencontrer, vous devez en être persuadés, le succès est à votre portée !

**Bon rallye 2015 !**

**Françoise Barachet,**  
IA-IPR mathématiques

**Jean-Alain Roddier,**  
IA-IPR mathématiques

**Claire Marlias,**  
IEN-EG mathématiques-sciences

### ➤ **Contacts**

**Anne Crouzier,**  
professeure de mathématiques,  
[anne.crouzier@wanadoo.fr](mailto:anne.crouzier@wanadoo.fr)

**Xavier Malbert,**  
professeur de mathématiques,  
[xmalbert@ac-clermont.fr](mailto:xmalbert@ac-clermont.fr)

## 17 mars 2015

# Épreuves interclasses troisièmes et secondes

## Les consignes

- Les calculatrices sont autorisées.
- La solution de chacun des quatre problèmes communs et des deux sujets correspondant au niveau de la classe sera rédigée sur une des feuilles jointes
- Chaque feuille portera :
  - ✓ le nom de la classe,
  - ✓ le nom de l'établissement,
  - ✓ le numéro du problème,
  - ✓ ainsi que l'effectif de la classe et des participants.
- Le jury appréciera à la fois la qualité esthétique, l'originalité et la qualité des contenus mathématiques.
- Pour chaque problème, le jury évaluera :
  - ✓ l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées,
  - ✓ l'argumentation,
  - ✓ la présentation.

## Sujets communs à tous les niveaux

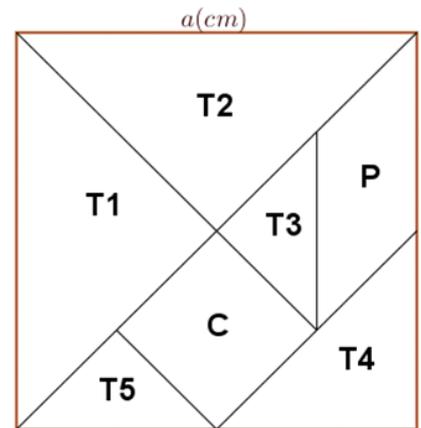
### (1) Tangram

On a partagé un carré de côté  $a$  cm en 7 polygones comme le montre la figure ci-dessous :

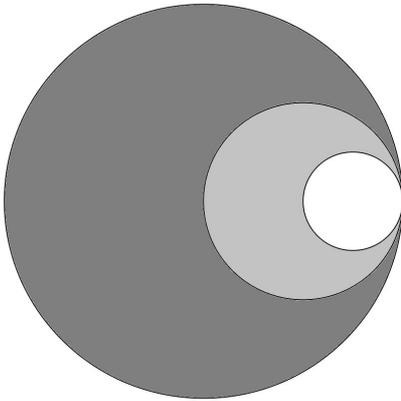
- C est un carré,
- T1, T2, T3, T4, T5 sont des triangles rectangles isocèles,
- P est un parallélogramme.

Pour chacune des questions suivantes, utiliser toutes les pièces pour reconstituer la figure demandée et donner ses dimensions en fonction de  $a$  :

- un rectangle non carré (longueur et largeur),
- un trapèze isocèle non parallélogramme (ses deux bases et sa hauteur),
- un parallélogramme non rectangle (un côté et la hauteur relative à ce côté),
- deux carrés de même aire (leur côté).



### (2) Trois cercles emboîtés



Les trois cercles  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  représentés ci-contre sont tangents (c'est-à-dire que les trois cercles se coupent en un seul point).

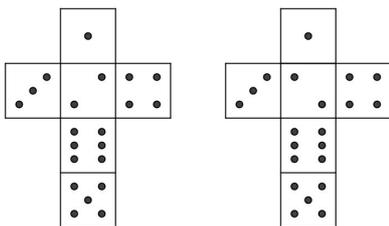
Le rayon du plus grand,  $C_1$ , est le diamètre du moyen,  $C_2$ . Le rayon de  $C_2$  est le diamètre de  $C_3$ .

$A_1$  est l'aire de la partie en gris foncé,  $A_2$  est l'aire de la partie en gris clair, et  $A_3$  l'aire du disque blanc.

Donner la valeur des rapports  $\frac{A_1}{A_2}$  et  $\frac{A_2}{A_3}$ .

### (3) Dés cubiques

Un dé cubique est toujours construit de façon à ce que la somme des points sur les faces opposées soit égale à 7. Voici ci-dessous deux patrons de dés respectant cette règle tout en étant différents.



Combien de dés différents peut-on construire en respectant la règle donnée ci-dessus ?

(On conservera la disposition classique des points sur une face).

Dessiner un patron pour chacun des dés en utilisant uniquement la forme des patrons ci-contre.

### (4) Partage équitable

Des enfants d'une même famille trouvent un sac rempli de pièces d'or toutes identiques. Le père décide de les partager entre ses enfants de la façon suivante :

« L'aîné prendra une pièce et le dixième de ce qui reste dans le sac.

Puis le deuxième prendra 2 pièces et le dixième de ce qui reste dans le sac.

Puis le troisième prendra 3 pièces et le dixième de ce qui reste et ainsi de suite...

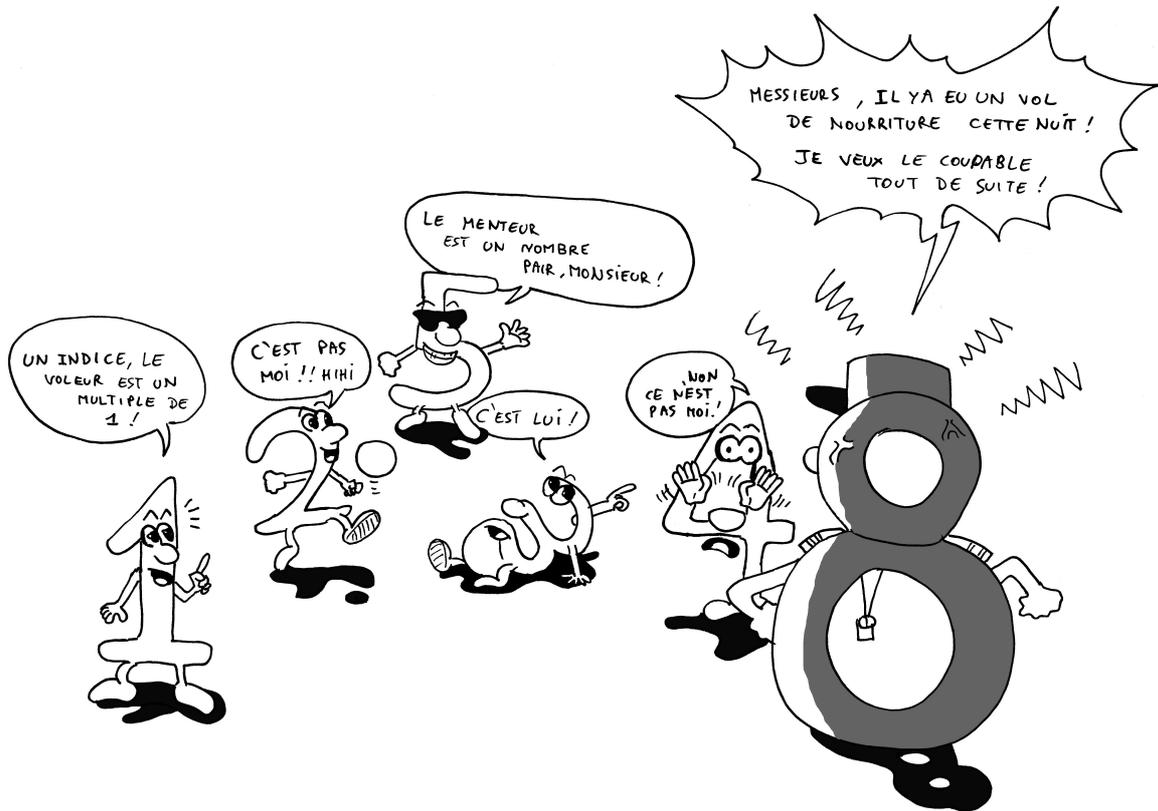
Quant au dernier, il prendra ce qui reste dans le sac.

- Mais c'est injuste ! cria le plus jeune.
- Rassure-toi, vous aurez finalement tous la même part, rétorqua le père. »

- Combien y a-t-il de pièces ?
- Quel est le nombre d'enfants ?

## Sujets lycée professionnel

### (5) Le menteur



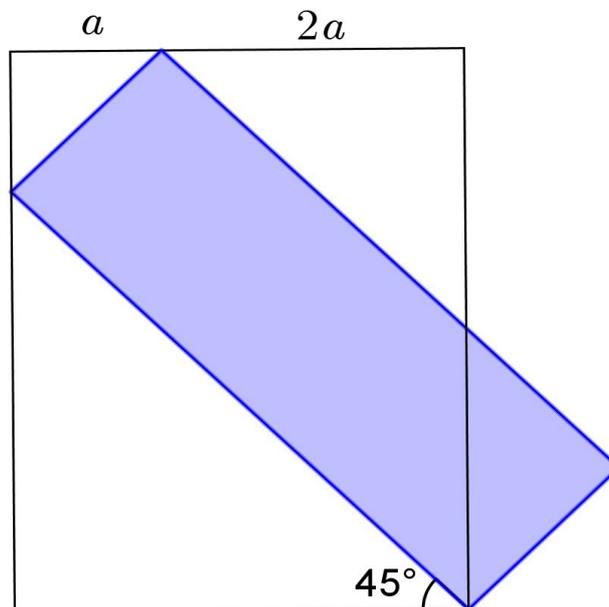
Un seul d'entre eux a menti, aidez Monsieur 8 à trouver le voleur !

### (6) Le plus petit

- Quel est le plus petit nombre divisible par 12 et 14 ?
- Quel est le plus petit nombre divisible par tous les nombres de 1 à 9 ?

## Sujets collège

### (7) Les deux rectangles



Il y a ci-dessus deux rectangles. Trouver le rapport entre leurs aires.

### (8) 3 entiers consécutifs

À partir de 3 entiers naturels, on construit une suite de nombres par additions successives comme dans l'exemple ci-dessous :

En partant de 7, 5, 8, on obtient :

$$20 \text{ car } 7 + 5 + 8 = 20 \quad (1^{\text{ère}} \text{ étape})$$

$$33 \text{ car } 5 + 8 + 20 = 33 \quad (2^{\text{ème}} \text{ étape})$$

$$61 \text{ car } 8 + 20 + 33 = 61 \quad (3^{\text{ème}} \text{ étape})$$

etc...

Trouver trois entiers naturels consécutifs tels que le nombre obtenu à la septième étape soit 2015.

## Sujets lycée général et lycée technologique

### (9) L'association philanthropique

Chaque année, dans une association philanthropique, chaque membre fait une donation dont le montant en euros est égal au nombre de membres de l'association. En 2014, la somme de ces donations a dépassé de 583 euros celle de 2013.

Combien y avait-il de membres dans cette association en 2013 et en 2014 ?

### (10) Le jeu des noisettes



Quelle répartition des boules permet d'avoir le maximum de chances de gagner ?