

# Corrigés des exercices du livret 2<sup>nde</sup> / 1<sup>ère</sup> S – STI2D – STL

IREM de Clermont-Ferrand – Groupe Aurillac-Lycée

Correction énoncé :

-exercice 3 : 1 b . A  $\notin$  D2 ( ou bien tu mets des pointillés comme dans la version initiale : tu choisiss )

Corrections :

Ex 1 commun:

- 1- 1361 personnes
- 2- Chômeurs ; C ; 2812 ;  $F \subset C$
- 3- Hommes au chômage ayant entre 25 et 49 ans ; 816 personnes
- 4- Femmes de plus de 15 ans au chômage ou personnes au chômage entre 50 et 64 ans. 1633 personnes.
- 5- Hommes de plus de 15 ans au chômage. 1451.
- 6- Personnes au chômage de plus de 25 ans. 2154 personnes.

Ex 2 commun:

- 1-  $\in ; \notin ; \subset ; \not\subset$
- 2-  $x \in [ 1 ; 2[$  et  $[1 ; 2 [ \subset \mathbb{R}$
- 3-  $\subset$
- 4-  $[1 ; 2 [$
- 5-  $[ 0 ; 3 [$
- 6- Disjoints
- 7-  $] -\infty ; 4]$
- 8-  $] -\infty ; 1[ \cup [3 ; + \infty [$  ; idem
- 9-  $] -\infty ; -1]$

Ex 3 commun:

- 1 a-  $2x(-1) + 1 = -1$  donc  $A \in D1$
- b-  $-(-1) + 3 = 4 \neq -1$  donc  $A \notin D2$
- c-  $D1 \cap D2 = \{B\}$  avec  $B ( 2/3 ; 7/3 )$ , résoudre  $2x+1=-x+3$
- 2-  $F \dots \notin (EGB)$
- a-  $(FG) \subset (FBC)$
- b-  $(EHB) \cap (ABD) = (BC)$
- c-  $(EHB) \cap (FG) = \emptyset$
- d-  $(HD) \cap (ABC) = \{ D \}$

Ex 4 :

$$A = 2(3x - 1)^2 - (5x + 3)(2 - 3x)$$

$$A = 2(9x^2 - 6x + 1) - (10x - 15x^2 + 6 - 9x)$$

$$A = 18x^2 - 12x + 2 - 10x + 15x^2 - 6 + 9x.$$

$$A = 33x^2 - 13x - 6.$$

A toi de jouer:

$$B = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2 = 6x - 6x^2 - 27 + 18x + 5(4x^2 + 4x + 1) = 14x^2 + 44x - 22.$$

$$C = 4(x - 6)^2 - 3(5x + 3)(5x - 3) = 4(x^2 - 12x + 36) - 3(25x^2 - 9) = 4x^2 - 48x + 144 - 75x^2 + 27 = -71x^2 - 48x + 171.$$

Ex 5:

Exemple guidé :

$$A = 6x + 3 + 4(2x + 1)^2$$

$$A = 3(2x + 1) + 4(2x + 1)^2$$

$$A = (2x + 1)[3 + 4(2x + 1)]$$

$$A = (2x + 1)[3 + 8x + 4]$$

$$A = (2x + 1)(8x + 7)$$

A toi de jouer:

$$B = 2(5x - 1)^2 + 10x - 2$$

$$B = 2(5x - 1)^2 + 2(5x - 1)$$

$$B = (5x - 1)[2(5x - 1) + 2]$$

$$B = (5x - 1)(10x)$$

$$B = 10x(5x - 1)$$

$$C = (x^2 - 4) + (x + 2)^2$$

$$C = (x - 2)(x + 2) + (x + 2)^2$$

$$C = (x + 2)[(x - 2) + (x + 2)]$$

$$C = (x + 2)(2x)$$

$$C = 2x(x + 2)$$

Ex 6:

Exemple guidé :

$A = 4 + \frac{3}{x+2}$  (Cette expression existe si et seulement si  $x + 2 \neq 0$  soit  $x \neq -2$  (valeur interdite pour A))

$$A = \frac{4(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{4x+8}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{4x+11}{x+2}$$

Exemple guidé :

$$A = 36x^2 - (5x + 1)^2$$

$$A = (6x)^2 - (5x + 1)^2$$

$$A = [(6x) + (5x + 1)][(6x) - (5x + 1)]$$

$$A = [6x + 5x + 1][6x - 5x - 1]$$

$$A = (11x + 1)(x - 1)$$

A toi de jouer:

$$B = (4x - 3)^2 - 25x^2$$

$$B = (4x - 3)^2 - (5x)^2$$

$$B = [(4x - 3) - (5x)][(4x - 3) + (5x)]$$

$$B = (-x - 3)(9x - 3)$$

$$C = 49 - (5x + 2)^2$$

$$C = [7 - (5x + 2)][7 + (5x + 2)]$$

$$C = (-5x + 5)(5x + 9)$$

A toi de jouer:

$$B = \frac{2x}{3x-1} - 5 = \frac{2x}{3x-1} - \frac{5(3x-1)}{3x-1} = \frac{2x-15x+5}{3x-1} = \frac{-13x+5}{3x-1} \quad (\text{VI} : x = \frac{1}{3})$$

$$C = \frac{4}{2x+6} - \frac{3}{x-5} = \frac{4(x-5)}{2x+6} - \frac{3(2x+6)}{x-5} = \frac{4x-20-6x-18}{x-5} = \frac{-2x-38}{x-5} \quad (\text{VI} : x = 5)$$

**Exercice 7 :**

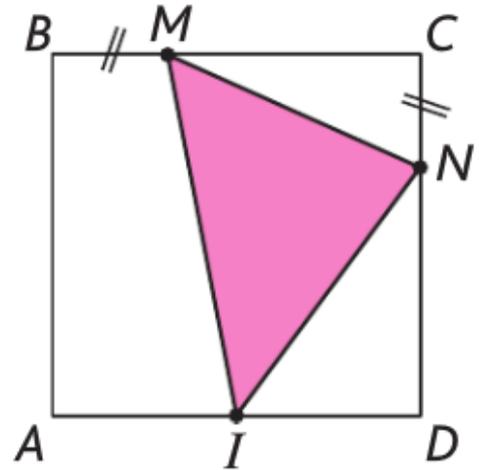
ABCD est un carré de côté 6 cm. I est le milieu de [AD].

M est un point de [BC] et N un point de [CD] tels que BM = CN = x.

= x .

Exprimer en fonction de x l'aire du triangle IMN.

$$\begin{aligned} A_{IMN} &= A_{ABCD} - (A_{MCN} + A_{DIN} + A_{ABMI}) \\ &= 6^2 - \left( \frac{CM \times CN}{2} + \frac{DI \times DN}{2} + \frac{(BM+AI) \times AB}{2} \right) \\ &= 36 - \left( \frac{x(6-x)}{2} + \frac{3(6-x)}{2} + \frac{(x+3)6}{2} \right) \\ &= 36 - \left( \frac{6x-x^2+18-3x+6x+18}{2} \right) \\ &= 36 - \left( \frac{-x^2+9x+36}{2} \right) \\ &= \frac{72+x^2-9x-36}{2} \\ &= \frac{x^2-9x+36}{2} \end{aligned}$$



**Pré-requis :**

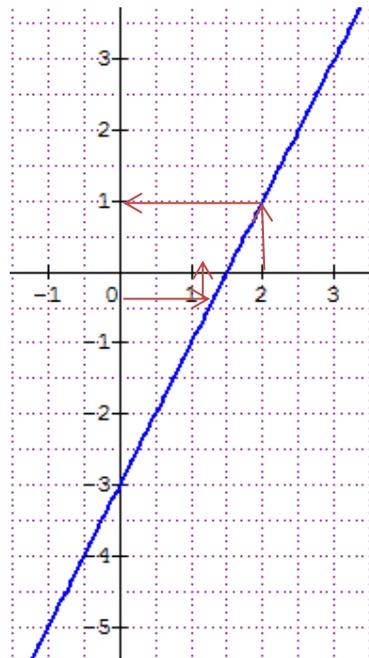
Notions de fonctions, images, antécédents, fonctions affines, résolutions d'équations

Fonctions de degré 2, tableaux de signes et de variations.

**Exercice 8 : Fonctions affines**

On considère la fonction affine  $f$  définie sur  $\Psi$  par  $f(x) = 2x - 3$ .

Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1) a) Déterminer graphiquement l'image de 2 par  $f$ .

L'image de 2 est 1 ou  **$f(2) = 1$**

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$f(2) = 2 \times 2 - 3 = \mathbf{1}$ .

2) a) Déterminer graphiquement l'antécédent par  $f$  de  $-0,5$ .

L'antécédent de  $-0,5$  est environ  **$1,2$** .

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

On cherche  $x$  tel que  $f(x) = -0,5$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = -0,5 \Leftrightarrow 2x = 2,5 \Leftrightarrow \mathbf{x = 1,25}$ .

**Exercice 9 : Second degré**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\Psi$  par  $f(x) = x^2 - 6x - 7$ .

Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1) a) Déterminer graphiquement l'image par  $f$  de 5.

$f(5) = \mathbf{-12}$ .

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$f(5) = 5^2 - 6 \times 5 - 7 = \mathbf{-12}$ .

2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par  $f$ .

Les antécédents de 0 sont  **$-1$  et  $7$** .

b) Montrer que  $f(x) = (x - 3)^2 - 16$ .

On a :  $(x - 3)^2 - 16 = x^2 - 6x + 9 - 16 = x^2 - 6x - 7$ .

Donc  **$f(x) = (x - 3)^2 - 16$** .

c) Déterminer algébriquement les antécédents de 0.

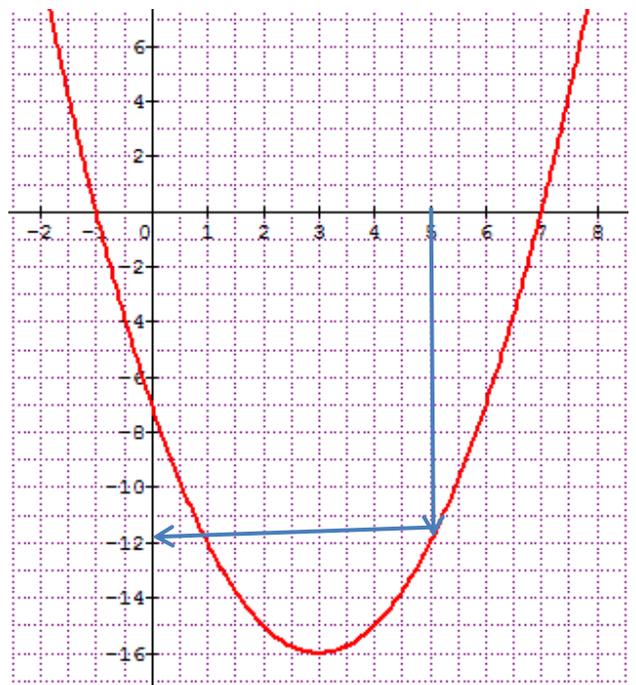
On cherche  $x$  tel que  $f(x) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 16 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 7)(x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \mathbf{x = 7 \text{ ou } x = -1}$ .



3) Donner le tableau de variation de la fonction f.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
f(x)		-16	

4) Donner le tableau de signes de la fonction f.

x	$-\infty$	-1	7	$+\infty$	
$x^2 + x - 6$	+	0	-	0	+

5) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 2 par f.  
Les antécédents de 0 sont **-1,3 et 7,2.**

b) Déterminer algébriquement les antécédents de 2 par f.

On cherche x tel que  $f(x) = 2$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 - 16 = 2$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3-\sqrt{18})(x-3+\sqrt{18}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{x = 3 + 3\sqrt{2} \text{ ou } x = 3 - 3\sqrt{2}.}$$

### Exercice 10 : Avec algorithme

On considère les deux algorithmes donnés ci-contre.

1) Programmer ces deux algorithmes sur votre calculatrice.  
Les tester sur quelques nombres.

**Algorithme A**

Variables :  
x, a, b, c : réels ;

Début

Entrer(x) ;  
a ← x<sup>2</sup> ;  
b ← (-6) × x ;  
c ← a + b + 8 ;  
Afficher(c) ;

Fin.

**Algorithme B**

Variables :  
x, a, b, c : réels ;

Début

Entrer(x) ;  
a ← x - 3 ;  
b ← a<sup>2</sup> ;  
c ← b - 1 ;  
Afficher(c) ;

Fin.

2) Quelle conjecture pouvez-vous formuler ? La démontrer.

On conjecture que les deux algorithmes sont égaux.

Algorithme A :  $c = x^2 - 6x + 8$

Algorithme B :  $c = (x-3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 8$

3) Quels nombres doit-on entrer pour obtenir 48 comme résultat ? (Résolution algébrique attendue).

On résout  $c = 48 \Leftrightarrow (x-3)^2 - 1 = 48$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 49 \Leftrightarrow x-3 = 7 \text{ ou } x-3 = -7 \Leftrightarrow x = 10 \text{ ou } x = -4$

### Exercice 11 : Plus corsé

On considère la fonction f définie sur  $\Psi$  par  $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$ .  
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1) a) Déterminer graphiquement l'image par f de  $\frac{-3}{2}$ .

$f(\frac{-3}{2}) \approx 3$

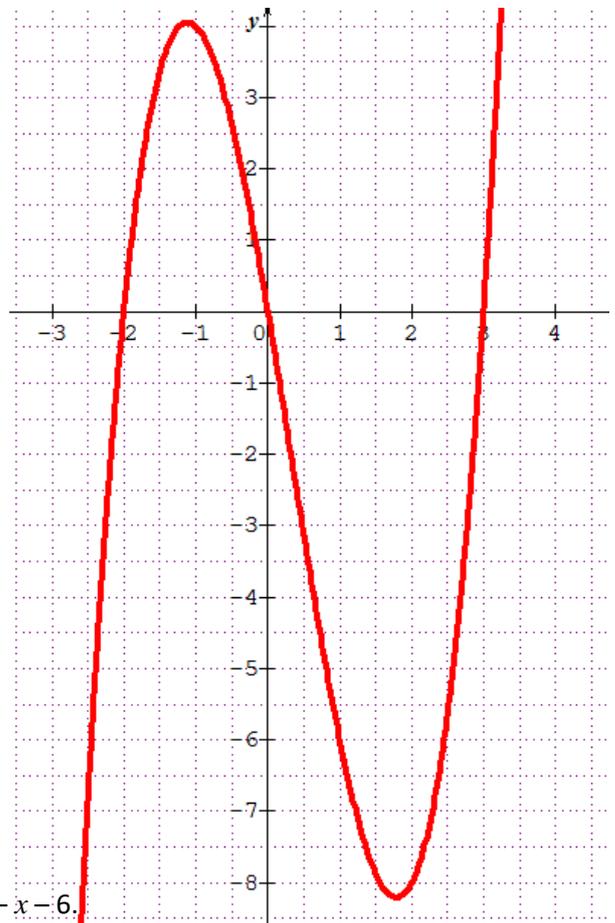
b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$f(\frac{-3}{2}) = (\frac{-3}{2})^3 - (\frac{-3}{2})^2 - 6 \times \frac{-3}{2} = \frac{-27}{8} - \frac{9}{4} + 9 = \frac{27}{8}$

2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.  
Les antécédents de 0 sont **-2, 0 et 3.**

b) Développer  $(x-3)(x+2)$ .

$(x-3)(x+2) = x^2 - x - 6.$



En déduire une factorisation de la fonction f.

$$f(x) = x(x^2 - x - 6) = x(x - 3)(x + 2).$$

c) Déterminer algébriquement les antécédents de 0.

On résout  $f(x) = 0 \Leftrightarrow x(x - 3)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 3 \text{ ou } x = -2.$

3) Donner le tableau de variation de la fonction f.

x	$-\infty$	-1,2	1,8	$+\infty$
f(x)		↗ 4 ↘	-8,2 ↗	

4) En utilisant la factorisation trouvée en 2 b), donner le tableau de signes de la fonction f.

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
x	-	-	0	+	+		
x - 3	-	-	-	0	+		
x + 2	-	0	+	+	+		
P(x)	-	0	+	0	-	0	+

5) a) Déterminer graphiquement les antécédents de -6 par f.

Les antécédents de -6 sont **-2,5, 1 et 2,5.**

b) Factoriser  $x^3 - x^2$  et  $-6x + 6$ .  $x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$  et  $-6x + 6 = -6(x - 1)$

c) Déterminer algébriquement les antécédents de -6.

On utilisera les factorisations trouvées en 5 b).

$$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x = -6 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2(x - 1) - 6(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 6) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) = 0$$

Les antécédents de -6 sont **1 ;  $\sqrt{6}$  et  $-\sqrt{6}$ .**

### Exercice 12 : Optimisation

On dispose d'un carré de métal de 10 cm de côté.

Pour fabriquer une boîte sans couvercle,

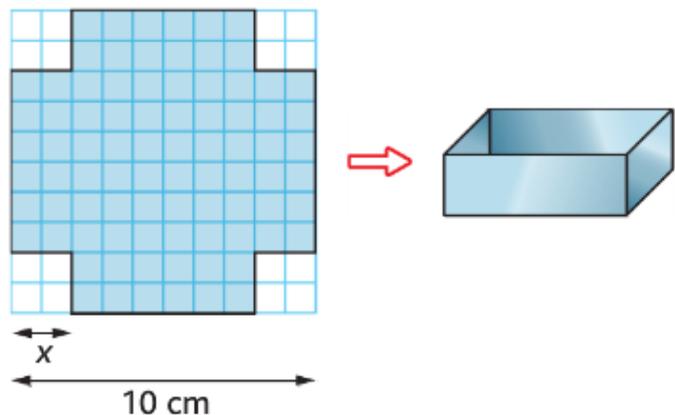
on enlève à chaque coin un carré de côté x cm

on relève les bords pour obtenir un pavé droit.

1) Donner un intervalle pour la variable x.

$$x \in [0; 5]$$

2) Déterminer le volume V(x) de la boîte.



$$V(x) = x(10 - 2x)^2 = x(100 - 40x + 4x^2) = 4x^3 - 40x^2 + 100x.$$

3) Utiliser la calculatrice pour déterminer le volume maximal et la valeur de  $x$  correspondante (On arrondira au dixième).  
Le maximum est **74,1 cm<sup>3</sup> pour  $x \approx 1,7$  cm.**

**Exercice 13 :**

1-  $(5x - 1)(x - 9) - (x - 9)(2x - 1) = 0$   
 $(x - 9)[5x - 1 - (2x - 1)] = 0$   
 $(x - 9)(3x) = 0$   
d'où  $x - 9 = 0$  ou  $3x = 0$   
 $x = 9$                        $x = 0$

2-  $\frac{3x - 1}{x - 5} = \frac{3x - 4}{x}$   
 $(3x - 1)x = (3x - 4)(x - 5)$   
 $3x^2 - x = 3x^2 - 19x + 20$   
 $18x = 20$   
d'où  $x = \frac{10}{9}$

3-  $\frac{16x^2 - 25}{2x - 3} = \frac{4x - 5}{3}$   
 $3(16x^2 - 25) = (4x - 5)(2x - 3)$   
 $3(4x + 5)(4x - 5) = (4x - 5)(2x - 3)$   
 $(4x - 5)[12x + 15 - (2x - 3)] = 0$   
 $(4x - 5)(10x + 18) = 0$   
d'où  $4x - 5 = 0$  ou  $10x + 18 = 0$   
 $x = \frac{5}{4}$                        $x = \frac{9}{5}$

4-  $2(x - 1)(x - 3,5) = 4x^2 - 28x + 49$   
 $2(x - 1)(x - 3,5) = (2x - 7)^2$   
 $2(x - 1)(x - 3,5) = 4(x - 3,5)^2$   
 $(x - 3,5)[2x - 2 - 4(x - 3,5)] = 0$   
 $(x - 3,5)(-2x + 10) = 0$   
d'où  $x - 3,5 = 0$  ou  $-2x + 10 = 0$   
 $x = 3,5$                        $x = 5$

5-  $\frac{x^2 - 3x}{(x - 3)^2} = 4$   
 $x^2 - 3x = 4(x - 3)^2$   
 $x(x - 3) = 4(x - 3)^2$   
 $(x - 3)[x - 4(x - 3)] = 0$   
 $(x - 3)(-3x + 12) = 0$   
d'où  $x - 3 = 0$  ou  $-3x + 12 = 0$   
 $x = 3$                        $x = 4$

**Exercice 14 :**

1-a-  $x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$   
b-  $x^2 + 2x - 8 = 0$   
 $(x + 1)^2 - 1 - 8 = 0$   
 $(x + 1)^2 - 9 = 0$   
c-  $(x + 1 + 3)(x + 1 - 3) = 0$   
 $(x + 4)(x - 2) = 0$   
d'où  $x + 4 = 0$  ou  $x - 2 = 0$

$$x = -4 \quad x = 2$$

$$\begin{aligned}
 2- \quad & x^2 + 12x + 11 = 0 \\
 & (x + 6)^2 - 36 + 11 = 0 \\
 & (x + 6)^2 - 25 = 0 \\
 & (x + 6 + 5)(x + 6 - 5) = 0 \\
 & (x + 11)(x + 1) = 0 \\
 \text{d'où} \quad & x + 11 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0 \\
 & x = -11 \quad \quad \quad x = -1
 \end{aligned}$$

**Exercice 15 :**

1-

x	$-\infty$		3,5		4		$+\infty$
$-3x + 12$		+		+	0		-
$7 - 2x$		+	0		-		-
P(x)		+	0		-	0	+

$$\begin{aligned}
 2- \quad & P(x) \geq 0 : \quad S = ]-\infty ; 3,5] \cup [4 ; +\infty [ \\
 & P(x) < 0 : \quad S = ]3,5 ; 4[
 \end{aligned}$$

**Exercice 16 :**

1-

$$\begin{aligned}
 & (3x + 2)^2 - (3x + 2)(5x + 1) \leq 0 \\
 & (3x + 2)(-2x + 1) \leq 0
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$		-2/3		1/2		$+\infty$
$3x + 2$		-	0		+		+
$-2x + 1$		+		+	0		-
P(x)		-	0		+	0	-

$$S = ]-\infty ; -2/3] \cup [1/2 ; +\infty [$$

$$2- (2 - x)^2 > 36$$

$$(2 - x)^2 - 36 > 0$$

$$(2 - x + 6)(2 - x - 6) > 0$$

$$(-x + 8)(-x - 4) > 0$$

x	$-\infty$		-4		8		$+\infty$
$-x + 8$		+		+	0		-
$-x - 4$		+	0		-		-
P(x)		+	0		-	0	+

$$S = ]-\infty ; -4[ \cup ]8 ; +\infty [$$

**Exercice 17 :** 1-  $y = 20 - x$

**Erreur dans le sujet ! 2-  $\leq$  au lieu de  $\geq$**

2-  $x y \geq 91$

$x(20 - x) \geq 91$

$-x^2 + 20x - 91 \geq 0$

et  $(7 - x)(13 - x) \leq 0$

$x^2 - 20x + 91 \leq 0$

$-x^2 + 20x - 91 \geq 0$

3-

x	$-\infty$	7	13	$+\infty$	
7 - x	+	0	-	-	
13 - x	+	+	0	-	
P(x)	+	0	-	0	+

$S = [ 7 ; 13 ]$

Ex 18 :

1-

x	$-\infty$	-4	1,5	$+\infty$	
$(-2x+3)/(x+4)$	-		+	0	-

2-  $Q(x) \geq 0$  pour  $x \in ]-4 ; 1,5]$

$Q(x) \leq 0$  pour  $x \in ]-\infty ; -4[ \cup ]1,5 ; +\infty[$

Ex 19 :

1-  $S = ]-17/5 ; -3[$

2-  $S = ]0,5 ; 47/13] \cup ]5 ; +\infty[$

**Exercice 20 :**

1-  $\frac{x^2 - 16}{9 - 4x^2} \geq 0$   
 $\frac{(x+4)(x-4)}{(3+2x)(3-2x)} \geq 0$

x	$-\infty$	-4	-3/2	3/2	4	$+\infty$			
x + 4	-	0	+	+	+	+			
x - 4	-	-	-	-	0	+			
3 + 2x	-	-	0	+	+	+			
3 - 2x	+	+	+	0	-	-			
Q(x)	-	0	+		-		+	0	-

$S = [-4 ; -3/2[ \cup ]3/2 ; 4]$

$$2- \frac{2x+3}{x+1} \leq \frac{x+1}{2x+3}$$

$$\frac{2x+3}{x+1} - \frac{x+1}{2x+3} \leq 0$$

$$\frac{(2x+3)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

$$\frac{(2x+3+x+1)(2x+3-x-1)}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

$$\frac{(3x+4)(x+2)}{(x+1)(2x+3)} \leq 0$$

x	$-\infty$	-2	-3/2	-1	-4/3	$+\infty$			
3x + 4	-	-	-	-	0	+			
x + 2	-	0	+	+	+	+			
x+1	-	-	-	0	+	+			
2x+3	-	-	0	+	+	+			
P(x)	+	0	-		+		-	0	+

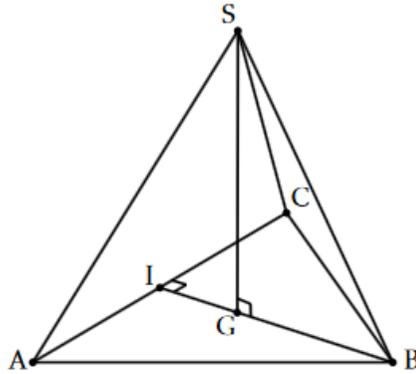
$$S = [-2 ; -3/2[U]-1; -4/3]$$

### Exercice 21

Voici un schéma tout à fait propice à la résolution d'un tel problème.

Le but de l'exercice est en fait de calculer la hauteur SG.

Déterminons, dans l'ordre, les longueurs BI, puis BG et enfin SG.



Le triangle BIA est rectangle en I donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BA^2 = BI^2 + IA^2$$

$$\text{donc } BI^2 = BA^2 - IA^2$$

$$\text{donc } BI^2 = 10^2 - 5^2$$

$$\text{donc } BI^2 = 100 - 25 = 75 \quad \text{donc } BI = \sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$$

Pour la longueur BG, il faut se rappeler que, dans une pyramide régulière, le pied de la hauteur est aussi le centre de gravité de la base. Or, dans un triangle, le centre de gravité est situé au tiers de chacune des trois médianes, en partant de la base, soit encore aux deux tiers de chacune des trois médianes, en partant du sommet.

$$\text{Ainsi, } BG = \frac{2}{3} BI = \frac{2}{3} \times 5 \times \sqrt{3} = \frac{10}{3} \sqrt{3}$$

Enfin, le triangle BGS étant rectangle en G, d'après le théorème de Pythagore :

$$BS^2 = BG^2 + GS^2$$

$$\text{donc } GS^2 = BS^2 - BG^2$$

$$\text{donc } GS^2 = 10^2 - \left(\frac{10}{3}\sqrt{3}\right)^2$$

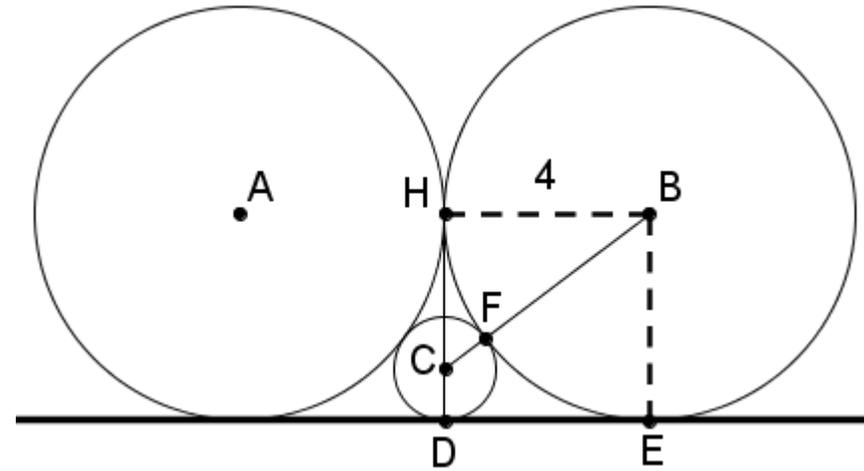
$$\text{donc } GS^2 = 100 - \frac{100}{9} \times 3$$

$$\text{donc } GS^2 = 100 - \frac{100}{3} = \frac{300}{3} - \frac{100}{3} = \frac{200}{3}$$

$$\text{donc } GS = \sqrt{\frac{200}{3}} = \sqrt{\frac{2 \times 100}{3}} = 10 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Ainsi, la hauteur de cette pyramide est  $10 \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ cm}$  soit environ 8,2 cm.

### Exercice 22



Le but de l'exercice est de déterminer la valeur du rayon  $r$  du cochonnet.

Le triangle BCH est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = BH^2 + HC^2 \quad \text{avec} \quad BC = BF + FC = 4 + r$$

$$BH = 4$$

$$HC = HD - DC = 4 - r$$

$$\text{donc } (4 + r)^2 = 4^2 + (4 - r)^2$$

$$\text{donc } 16 + 8r + r^2 = 16 + 16 - 8r + r^2$$

$$\text{donc } 16r = 16$$

d'où  $r = 1 \text{ cm}$

### Exercice 23

**VRAI/FAUX** : Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.

Soit  $\Delta$  la droite d'équation  $y = 5x + 3$ .

- 1). Le point  $C(-2 ; 7)$  appartient à la droite  $\Delta$  si et seulement si les coordonnées de  $C$  vérifient l'équation de la droite . Or,  $5 \times (-2) + 3 = -7 \neq 7$ . Donc  $C \notin \Delta$ . L'affirmation est donc fausse.
- 2). La droite  $\Delta'$  a pour coefficient directeur de  $\Delta'$  est égal à 3, celui de  $\Delta$  est égale à 5. Or  $3 \neq 5$ , donc l'affirmation est fausse.
- 3).  $5 \times (-2,5) + 3 = -9,5$ . Donc  $D \in \Delta$ . De plus,  $3 \times (-2,5) - 2 = -9,5$ . Donc  $D \in \Delta'$ . L'affirmation est donc vraie.
- 4). Le coefficient directeur de  $d$  est positif, car la droite « monte ». L'affirmation est donc fausse.
- 5). La droite  $d'$  est horizontale et passe par le point de coordonnées  $(0 ; 2)$ . L'affirmation est donc vraie.
- 6). La droite  $d$  passe par les points de coordonnées  $(0 ; -3)$  et  $(1 ; -1)$ . L'affirmation est donc vraie.
- 7). La droite  $d'$  est horizontale donc son coefficient directeur est égal à 0. L'affirmation est donc fausse.
- 8). La droite  $d'$  ne passe pas par l'origine du repère donc l'affirmation est fausse.
- 9). « On avance de 1 horizontalement et descend de 2 ». L'affirmation est donc vraie.
- 10). Le coefficient directeur de  $d''$  est égal à -2 d'après le schéma. Donc l'affirmation est fausse.

### Exercice 24 :

- 1). Tout d'abord, vérifions que la droite n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (ou verticale).

On remarque que  $y_A \neq y_B$ . Donc  $(AB)$  admet une équation de la forme  $y = mx + p$ .

Déterminons son coefficient directeur  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 1}{-2 - 4} = \frac{3}{-6} = \frac{-1}{2}$  (ou -0,5). D'où  $(AB) : y = -0,5x + p$ .

Déterminons son ordonnée à l'origine  $p$ , en remplaçant  $x$  et  $y$  par les coordonnées de  $A(4 ; 1)$ , point de la droite :

$$1 = -0,5 \times 4 + p \text{ ssi } -2 + p = 1 \text{ ssi } p = 3. \quad \text{D'où } \underline{(AB) : y = -0,5x + 3.}$$

- 2). Sur Geogebra.

### Exercice 25:

Soit  $x$  l'âge de la fille du professeur et  $y$  l'âge du professeur.

D'après l'énoncé :  $y = 2x$ . Dans 12 ans :  $y + 12 = 3(x + 12)$ .

On résout le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} y = 9x \\ y + 12 = 3(x + 12) \end{cases} \text{ ssi } \begin{cases} y = 9x \\ 9x + 12 = 3x + 36 \end{cases} \text{ ssi } \begin{cases} y = 9x \\ 6x = 24 \end{cases} \text{ ssi } \begin{cases} y = 9 \times 4 = 36 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ainsi le professeur a 36 ans et sa fille 4 ans.

## Exercice 26

### Questionnaire à Choix Multiple.

- 1). Réponses b), d).    2). Réponses a), d).    3). Réponse b).    4). Réponse d).    5). Réponse a).  
6). Réponse c).    7). Réponse d).    8). Réponses a), b).    9). Réponses a), c).    10). Réponses a), c).

### EXERCICE n°27 :

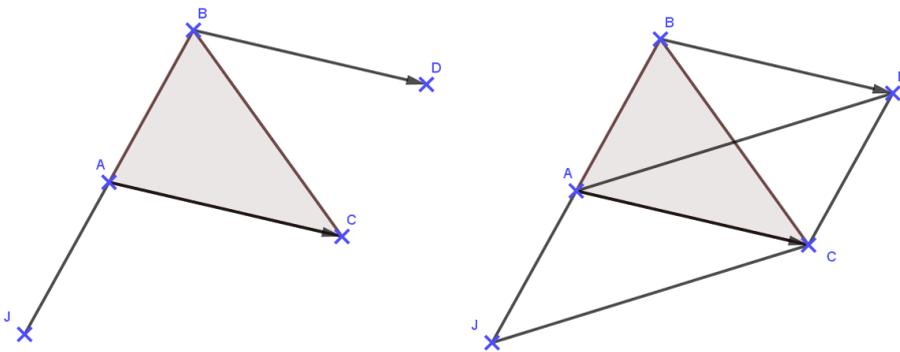
1.



2.  $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC}$        $\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{BA}$        $\overrightarrow{CA} = -\frac{7}{2}\overrightarrow{BC}$ .

### Exercice 28 :

1).



2). a). On sait que  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$ , donc BDCA est un parallélogramme. On en déduit que  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$ .

De plus, A est le milieu de [BJ]. Donc que  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AJ}$ . Par conséquent :  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AJ}$ .

b). Comme  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AJ}$ , on peut affirmer que DCJA est un parallélogramme.

**Exercice 29 :** Dans un repère, on donne les points A(-1 ; 3), B(7 ; -1), C(5 ; 0), D(4 ; 2) et E(0 ; 4).

1).  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 + 1 \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 + 1 \\ 0 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

On remarque que  $-3 \times 8 = -4 \times 6 (= -24)$ , donc les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont proportionnelles. Ainsi  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont colinéaires et les points A, B et C sont alignés.

2).  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 4 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

On remarque que  $-4 \times (-4) = 8 \times 2 (= 16)$ , donc les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DE}$  sont proportionnelles. Ainsi  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DE}$  sont colinéaires et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

**EXERCICE n°30 :**

$$\vec{u}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_2 \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_3 \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_4 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_5 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_6 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_7 \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{u}_8 \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Géométrie : Correction du problème

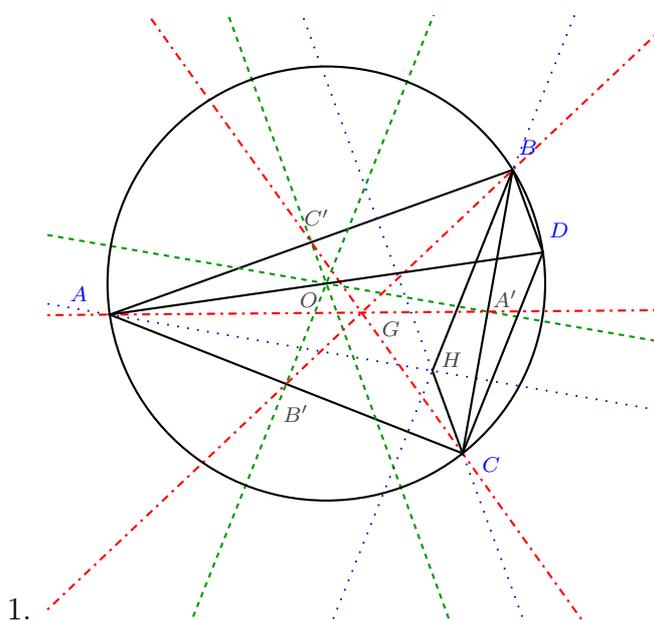
## Problème de géométrie ✈ ✈

Le but de ce problème est de démontrer de plusieurs manières un même résultat : les points de concours des droites remarquables du triangle c'est à dire l'orthocentre pour les hauteurs, le centre du cercle circonscrit pour les médiatrices des cotés et le centre de gravité pour les médianes sont alignés sur une même droite, appelée droite d'Euler.

Les trois parties de ce problème sont indépendantes. Les résultats d'une partie ne doivent pas être utilisés dans une autre partie.

Soit  $ABC$  un triangle et soient  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  les milieux respectifs des segments  $[BC]$ ,  $[CA]$  et  $[AB]$ .

### Partie A : Géométrie plane



- 1.
2. (a) Les triangles  $ACD$  et  $ABD$  sont rectangles respectivement en  $C$  et  $D$ . En effet, si un triangle est inscrit dans un cercle et que l'un des côtés du triangle est le diamètre de ce cercle alors le triangle est rectangle or les deux triangles  $ACD$  et  $ABD$  sont inscrits dans le cercle  $\mathcal{C}$  dont leur côté  $[AD]$  est le diamètre, ils sont donc rectangles.  
(b) La droite  $(BH)$  est une hauteur du triangle  $ABC$  donc  $(BH) \perp (AC)$  et d'après la question précédente,  $ACD$  est rectangle en  $C$  donc  $(AC) \perp (CD)$  donc  $(CD)$  et  $(BH)$  sont parallèles. On raisonne de même pour démontrer que  $(CH)$  et  $(BD)$  sont parallèles. On déduit immédiatement que le quadrilatère  $CHBD$  est un parallélogramme. Comme dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu et que  $A'$  est le milieu de  $[BC]$ , on en déduit que  $A'$  est le milieu de l'autre diagonale  $[HD]$ .
3. (a) Les droites  $(HO)$  et  $(AA')$  sont donc des médianes du triangle  $AHD$ .  
(b) on sait que le centre de gravité d'un triangle est situé au deux tiers de la médiane en partant du sommet, donc comme  $G$  est le centre de gravité de  $ABC$  il est situé au deux tiers de  $[AA']$  et c'est donc aussi le centre de gravité du triangle  $AHD$ . Comme  $(HO)$  est une médiane du triangle, on en déduit que les points  $O$ ,  $H$  et  $G$  sont alignés.

## Partie B : Géométrie vectorielle

### Caractérisation vectorielle de l'orthocentre

On considère le point  $H$  défini par :  $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ .

1.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} &= \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'C} \\ &= 2\overrightarrow{OA'} \quad \text{car } A' \text{ est le milieu de } [BC]\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AH} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OH} \quad \text{Relation de Chasles} \\ &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{Définition de } \overrightarrow{OH} \\ &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{Relation de Chasles} \\ &= 2\overrightarrow{OA'} \quad \text{question précédente}\end{aligned}$$

3. La droite  $(OA')$  est la médiatrice de  $[BC]$  (elle passe par le milieu du segment et par le centre du cercle circonscrit), elle est donc perpendiculaire à  $(BC)$ . De la question précédente, on déduit que  $(AH) \parallel (OA')$  or si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre donc les droites  $(AH)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires.
4. On démontre de même que  $\overrightarrow{BH} = 2\overrightarrow{OB'}$  et donc que les droites  $(BH)$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires.
5.  $(AH)$  et  $(BC)$  sont perpendiculaires donc  $(AH)$  est la hauteur issue de  $A$  du triangle  $ABC$ .  $(BH)$  et  $(AC)$  sont perpendiculaires donc  $(BH)$  est la hauteur issue de  $B$  du triangle  $ABC$ . Le point  $H$  commun à ces deux droites est donc l'orthocentre du triangle  $ABC$ .

### Caractérisation vectorielle du centre de gravité

On considère le point  $G$  le point défini par  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1. Montrer, en utilisant la relation précédente, que le point  $G$  vérifie  $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GA'} = \vec{0}$ .

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} &= \vec{0} \\ \iff \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{A'C} &= \vec{0} \\ \iff \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GA'} &= \vec{0}\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GA'} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AA'} &= \vec{0} \\ 3\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{AA'} &= \vec{0}\end{aligned}$$

3. On en déduit que  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ .  $G$  est l'image de  $A$  par la translation de vecteur  $\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$ .
4.  $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$  donc  $G \in (AA')$  de même  $\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$  donc  $G \in (BB')$  et  $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$  donc  $G \in (CC')$ .  $G$  est le centre de gravité du triangle  $ABC$ .

## Droite d'Euler

On note  $G$  le centre de gravité du triangle  $ABC$

1. L'égalité  $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GA'}$  provient de la question 2 du paragraphe précédent.
- 2.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{GA} &= -2\overrightarrow{GA'} \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} &= -2(\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA'}) \\ \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} &= \overrightarrow{OG} - 2\overrightarrow{GO} - 2\overrightarrow{OA'} \\ \Leftrightarrow 3\overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OA'}\end{aligned}$$

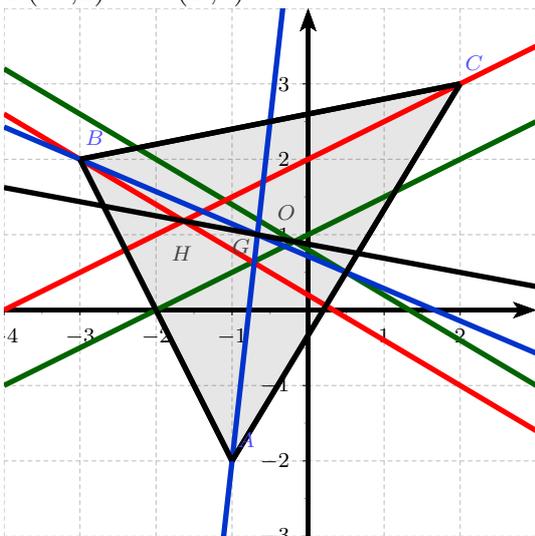
3. En déduire que  $3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OH}$  D'après la question précédente :

$$\begin{aligned}3\overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OA'} \\ \Leftrightarrow 3\overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OA} + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA'}) + (\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CA'}) \\ \Leftrightarrow 3\overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{car } \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{0} \\ \Leftrightarrow 3\overrightarrow{OG} &= \overrightarrow{OH} \quad \text{par définition de } \overrightarrow{OH}\end{aligned}$$

4. Les vecteurs  $\overrightarrow{OG}$  et  $\overrightarrow{OH}$  sont donc colinéaires et les points  $O$ ,  $G$  et  $H$  sont distincts lorsque le triangle  $ABC$  n'est pas équilatéral. On conclut que les trois points sont alignés.
5. Les points  $O$ ,  $G$  et  $H$  sont confondus quand  $ABC$  est équilatéral.

## Partie C : Géométrie analytique

Dans cette partie, on ne fera pas une étude générale mais on étudiera un cas particulier. Ceci étant dit, on pourra appliquer cette méthode à tous les cas rencontrés *mutatis mutandis*. On se place dans un repère orthonormé  $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$  du plan. On considère les points  $A(-1;-2)$ ,  $B(-3;2)$  et  $C(2;3)$ .



Centre de gravité

1. Déterminons les coordonnées de  $A'$  milieu de  $[BC]$  :

$$x_{A'} = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = \frac{-1}{2} \quad y_{A'} = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2 + 3}{2} = \frac{5}{2}$$

La droite  $(AA')$  a donc pour coefficient directeur  $m = \frac{-2-2,5}{-1+0,5} = 9$  et comme  $A \in (AA')$ ,  $y_A = 9x_A + p$  donc  $p = -2 + 9 \times 1 = 7$  donc  $(AA')$  a pour équation  $y = 9x + 7$

2. Déterminons les coordonnées de  $B'$  milieu de  $[AC]$  :

$$x_{B'} = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2} \quad y_{B'} = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-2 + 3}{2} = \frac{1}{2}$$

. La droite  $(BB')$  a donc pour coefficient directeur  $m = \frac{2-0,5}{-3-0,5} = -\frac{3}{7}$  et comme  $B \in (BB')$ ,  $2 = -\frac{3}{7} \times (-3) + m$  donc  $m = \frac{5}{7}$  équation de  $(BB')$  est donc  $y = -\frac{3}{7}x + \frac{5}{7}$ .

3. Le centre de gravité  $G$  de  $ABC$  est le point d'intersection des médianes  $(AA')$  et  $(BB')$ .  
On résout un système pour obtenir les coordonnées de  $G$   $(\frac{-2}{3}; 1)$

### Centre du cercle circonscrit

Soit  $M$  un point du plan de coordonnées  $(x; y)$

1. (a)  $MA^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2$

(b)  $MB^2 = (x + 3)^2 + (y - 2)^2$  en fonction de  $x$  et de  $y$ .

(c) L'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MA = MB$  est la médiatrice du segment  $[AB]$

(d)

$$\begin{aligned} MA = MB &\iff MA^2 = MB^2 \iff (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = (x + 3)^2 + (y - 2)^2 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 &= x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 \\ 8y &= 4x + 8 \\ y &= \frac{1}{2}x + 1 \end{aligned}$$

L'équation de la médiatrice de  $[AB]$  est donc  $y = \frac{1}{2}x + 1$

2. En procédant de même, déterminer une équation de la médiatrice du segment  $[AC]$ .

$$\begin{aligned} MA = MC &\iff MA^2 = MC^2 \iff (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 &= x^2 - 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 \\ 10y &= -6x + 8 \\ y &= -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5} \end{aligned}$$

3. Le centre  $O$  du cercle circonscrit au triangle  $ABC$  est le point d'intersection des deux médiatrices précédentes. En résolvant un système, on obtient  $O$   $(-\frac{2}{11}; \frac{10}{11})$ .

### Orthocentre

1. Médiatrice d'un côté et hauteur relative au sommet opposé sont parallèles car elles sont toutes deux perpendiculaires au côté!

2. Comme la médiatrice du côté  $[AB]$  d'équation  $y = \frac{1}{2}x + 1$ , est parallèle à la hauteur issue de  $C$ , celle-ci a une équation de la forme  $y = \frac{1}{2}x + b$  et  $C$  appartient à cette droite donc  $b = 2$  et l'équation de cette hauteur du triangle est  $y = \frac{1}{2}x + 2$ .

De même, on trouve pour la hauteur issue de  $B$  a pour équation  $y = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$

3. L'orthocentre  $H$  de  $ABC$  est l'intersection de ces deux droites, on résout un système et on obtient  $H$   $(-\frac{18}{11}; \frac{13}{11})$ .

### Droite d'Euler

1. Montrer que  $G$ ,  $H$  et  $O$  sont alignés de deux manières différentes.

— Soient  $\alpha_{(GH)} = \frac{y_G - y_H}{x_G - x_H} = \frac{1 - \frac{13}{11}}{-\frac{2}{3} + \frac{18}{11}} = -\frac{3}{16}$  le coefficient directeur de la droite  $(GH)$

et  $\alpha_{(GO)} = \frac{y_G - y_O}{x_G - x_O} = \frac{1 - \frac{10}{11}}{-\frac{2}{3} + \frac{2}{11}} = -\frac{3}{16}$ . Les deux droites  $(GH)$  et  $(GO)$  sont donc parallèles et comme elles ont un point en commun, elles sont confondues : les points  $G$ ,  $H$  et  $O$  sont alignés.

— On a  $\vec{HG} \begin{pmatrix} 32 \\ 33 \\ -\frac{2}{11} \end{pmatrix}$  et  $\vec{OG} \begin{pmatrix} 16 \\ 33 \\ -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$  Calculons  $x_{\vec{HG}} \times y_{\vec{OG}} - x_{\vec{OG}} \times y_{\vec{HG}} = \frac{32}{33} \times \frac{-1}{11} - \frac{-2}{11} \times \frac{16}{33} =$

$0$  donc les vecteurs  $\vec{HG}$  et  $\vec{OG}$  sont colinéaires et comme ci-dessus, on conclut que les points  $G$ ,  $H$  et  $O$  sont alignés.

2. Pour découvrir les travaux d'Euler : [https://fr.wikipedia.org/wiki/Leonhard\\_Euler](https://fr.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler).

### Exercice 32

1. Les équipes médianes sont Bourgoin et Colomiers (8<sup>e</sup> et 9<sup>e</sup> équipe).
2. On considère la liste statistique ordonnée des points marqués :
  - $Q_1 = 53$  (4<sup>e</sup> valeur)
  - $Q_2 = 66,5$
  - $Q_3 = 88$  (12<sup>e</sup> valeur)
3. Soit  $x$  le score de Lyon en 2013. On a  $117 = 1,80x$  d'où  $x = 65$  points
4. Soit  $x'$  le score d'Aurillac en 2013. On a  $59 = 0,7867x'$  d'où  $x' = 75$  points
5. Aurillac était cinquième

### Exercice 33

Remarquons qu'il y a 30 matches au total

1. Moyenne  $m = 1,63$
- 2.

nombre d'essais	0	1	2	3	4	5
effectif :	6	8	10	4	1	1
fréquence (%) :	20	27	33	13	3	3
Effectifs cumulés croissants :	6	14	24	28	29	30

3.  $m_e = 2$  ; Aurillac a inscrit deux essais ou moins la moitié de la saison. Aurillac a inscrit au moins deux essais la moitié de la saison.
4.  $Q_1 = 1$  (8<sup>e</sup> valeur) et  $Q_3 = 2$  (23<sup>e</sup> valeur)
5. En B3 :  $=B2*100/30$   
En C4 :  $=B4+C2$

## STATISTIQUES

### Exercice 34

1. L'effectif total de la série est 39.
2. Le 1<sup>er</sup> quartile est 87,5 kg. Le 2<sup>ème</sup> quartile ou médiane est 102,5 kg. Le 3<sup>ème</sup> quartile est 115 kg.
- 3.

Masse (kg)	Effectif
[70 ; 80[	3
[80 ; 90[	9
[90 ; 100[	6
[100 ; 110[	8
[110 ; 120[	8
[120 ; 130[	3
[130 ; 140[	2

4. Le poids moyen de l'effectif du Stade Aurillacois est de environ 101, 67 kg.

**Exercice 35 :**

1. a) On sait que  $I = \left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ .

Ici  $p = \frac{8}{100}$  et  $n = 200$  donc  $I = \left[ 0,08 - \frac{1}{\sqrt{200}} ; 0,08 + \frac{1}{\sqrt{200}} \right] = [0,009 ; 0,151]$ .

b) Ici, on a  $f = \frac{50}{200} = 0,25 \notin I$ .

Au risque d'erreur de 5%, on peut supposer que l'échantillon reçu par l'entreprise n'est pas conforme à la production.

2. On a ici  $f = \frac{4,5}{100}$  avec  $n = 1\,000$ .

Au seuil de confiance de 95%, l'intervalle de confiance est donnée par  $I = \left[ f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

$I = \left[ 0,045 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,045 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right]$  soit  $I = [0,013 ; 0,077]$ .

## Exercices probas

Numéro 36 livret 2<sup>nd</sup> – 1S

### QCM

1.  $1/3$
2.  $1/6$
3. N'obtenir aucun roi
4. 0,3
5. 0,5
6. 0,25
7. Environ 0,004 ( $1 / 2^8$ )

Problème proba 2<sup>nd</sup>-1S = numéro 34 livret 2<sup>nd</sup>-1ES

1a.

2 a.  $p(A)=2/7$

$p(B) = 3/7$

$A \cap B$  : « le vêtement est une jupe bleue » et  $p(A \cap B) = 1/7$

$A \cup B$  : « le vêtement est une jupe bleue » et  $p(A \cup B) = 4/7$

## Problème de probabilités

1/

a.

Nature vetement	Jupes	Chemisiers	Gilets	Total
Probabilité	2/7	3/7	2/7	1

b.

Couleur vetement	Bleu	Noir	Jaune	Marron	Total
Probabilité	3/7	2/7	1/7	1/7	1

2/

a.  $p(A)=2/7$  et  $p(B) = 3/7$

$A \cap B$  : « le vêtement est une jupe bleue » et  $p(A \cap B) = 1/7$

$A \cup B$  : « le vêtement est une jupe bleue » et  $p(A \cup B) = 4/7$

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 5/7$$

$p(\bar{A} \cap B) = 2/7$  (le vêtement n'est pas une jupe et il est bleu)

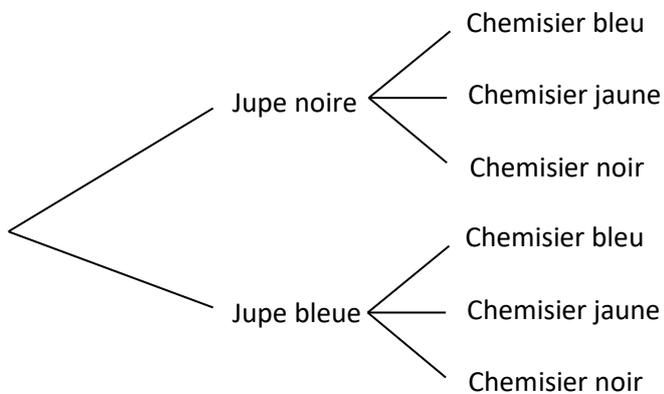
b.  $\overline{A \cup B}$  et  $\bar{A} \cap \bar{B}$  sont des évènements identiques (le vêtement n'est ni une jupe, ni bleu)

3/

- a. On lance le dé : si le chiffre est impair, Julie prend une jupe noire ; si le chiffre est pair, Julie prend une jupe bleue
- b. On lance le dé : si 1 ou 2, elle prend le chemisier bleu ; si 3 ou 4, chemisier jaune ; si 5 ou 6, chemisier noir

4/

a.



b.

$$p(A) = 2/6 = 1/3$$

$$p(B) = 4/12 = 1/3$$

$$p(C) = 1/12$$

c. Il y a l'embarras du choix !

D : « Au moins deux vêtements sont de la même couleur »

E : « Le chemisier est jaune »

### Exercice 37 page 24

1. Chloé : 120 ; Laura : 5 ; Thibault : 0 et Thomas : 1 1 2 6 24
2.  $5! = 120$ , Chloé a raison
3. Reprendre l'algorithme de Thibault et remplacer 5 par 1000 et « P x i » par « P + i »

### Problème page 25

#### Partie A

2.  $\mathcal{D} : y = -x + 9$

3. Voir ci – contre

4.  $\mathcal{D}_k : y = m x + p$

$$m = \frac{y_{B_k} - y_{A_k}}{x_{B_k} - x_{A_k}} = \frac{10 - k}{-k} = -\frac{10}{k} + 1$$

$B_k \in \mathcal{D}_k$  donc  $10 - k = 0x + p$  donc  $p = 10 - k$

5.  $\mathcal{D}_2 : y = -4x + 8$  et  $\mathcal{D}_1 : y = -9x + 9$

et  $I_2 \left( \frac{1}{5}, \frac{36}{5} \right)$

6.  $\mathcal{D}_k : y = \left(-\frac{10}{k} + 1\right) x + (10 - k)$

$$\mathcal{D}_{k+1} : y = \left(-\frac{10}{k+1} + 1\right) x + (10 - k - 1)$$

$$\left(-\frac{10}{k} + 1\right) x + (10 - k) = \left(-\frac{10}{k+1} + 1\right) x + (10 - k - 1) \text{ donne après calculs } x = \frac{k(k+1)}{10} \text{ puis } y = \frac{k(k+1)}{10} - 2k + 9$$

7. Dans la boucle il suffit de rajouter l'instruction : « Placer le point  $I_k \left( \frac{k(k+1)}{10}, \frac{k(k+1)}{10} - 2k + 9 \right)$  »

8.

9.

#### Partie B

1. Avec Algobox :

```

VARIABLES
├── t EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
├── POUR t ALLANT_DE 0 A 1000
│   ├── DEBUT_POUR
│   │   ├── TRACER_POINT (cos(t),sin(t))
│   │   └── FIN_POUR
│   └── POUR t ALLANT_DE 0 A 24
│       ├── DEBUT_POUR
│       │   ├── TRACER_SEGMENT (cos(t*Math.PI/12),sin(t*Math.PI/12))->(cos(t*Math.PI/12-Math.PI/2),sin(t*Math.PI/12-Math.PI/2))
│       │   └── FIN_POUR
│       └── FIN_POUR
└── FIN_ALGORITHME
    
```

2.  $R = \cos\left(\frac{3\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

