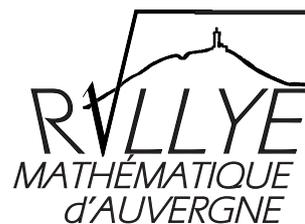


# Rallye Mathématique d'Auvergne 2019

~ 22<sup>e</sup> édition ~



## Mardi 12 mars 2019



# Épreuves interclasses troisièmes et secondes

À vous, maintenant, jeunes collégiens et lycéens d'Auvergne de faire preuve de vos qualités de réflexion, d'initiative, d'imagination !

Au sein de votre équipe, les connaissances et compétences de chacun seront nécessaires pour venir à bout des exercices originaux et astucieux que l'équipe d'élaboration des sujets vous a préparés.

Mais malgré les difficultés que vous allez rencontrer, vous devez en être persuadés, le succès est à votre portée !

Bon rallye 2019 !

Jean-Alain RODDIER,  
IA-IPR Mathématiques

Contact :  
rallye.mathematique@ac-clermont.fr

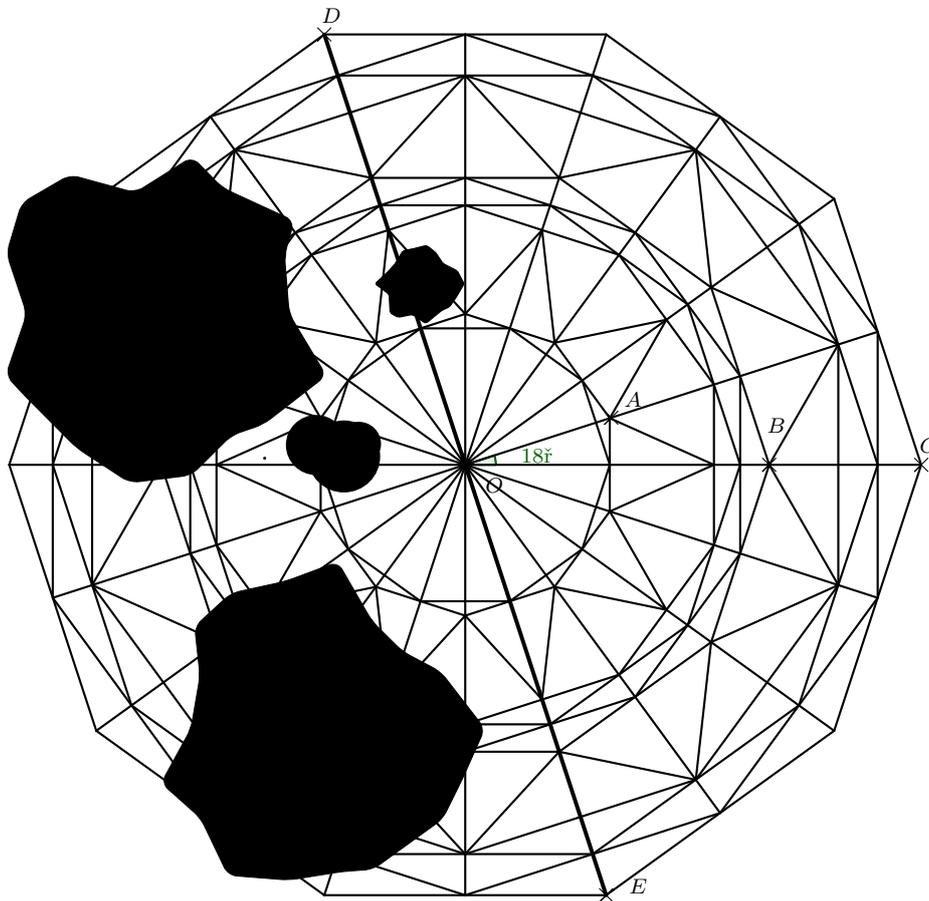


### Les consignes :

- Les calculatrices et les ordinateurs *sans accès internet* sont autorisés.
- L'utilisation de téléphone portable est interdite.
- Toute utilisation de l'outil informatique donnera lieu à l'envoi d'un fichier à l'adresse : rallye.mathematique@ac-clermont.fr sous le format classe\_etablissement\_numeroexercice.extensiondufichier (par exemple : 2eA\_lyceeduval\_4.xls ou 3e3\_collegedubois\_5.ggb)  
**⚠ Seuls les envois à partir d'une adresse e-mail académique seront acceptés**
- La solution de chacun des sept problèmes sera rédigée sur une des feuilles réponses jointes.
- Chaque feuille portera :
  - le nom de la classe ;
  - le nom de l'établissement ;
  - le numéro du problème ;
  - ainsi que l'effectif de la classe.
- Pour chaque problème, le jury évaluera :
  - l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées ;
  - l'argumentation ;
  - la présentation.
- Le jury appréciera à la fois la qualité esthétique, l'originalité et la qualité des contenus mathématiques.

Conception et rédaction : IREM, APMEP ; Impression : rectorat.

Voici une figure partiellement tachée.



On sait que le point  $A$  est situé sur le cercle de centre  $O$  et de rayon 3 cm, le point  $B$  est situé sur le cercle de centre  $O$  et de rayon 6 cm et le point  $C$  est situé sur le cercle de centre  $O$  et de rayon 9 cm.

On sait également que chaque secteur angulaire mesure  $18^\circ$ , comme indiqué sur la figure.

On sait enfin que la droite  $(DE)$  est axe de symétrie de la figure.

**Reproduire en vraie grandeur cette figure, à la main (avec des instruments de géométrie) ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.**





Une ourse a malheureusement cassé les boutons de son réveil de telle sorte qu'elle ne peut plus que changer les heures et les minutes de l'alarme simultanément !

Le réveil est pour le moment réglé à 06 : 10.

Ainsi, en appuyant sur un des deux boutons, on obtiendra forcément d'abord 07 : 11, puis 08 : 12, etc.

Dans ces conditions, est-il possible de régler l'heure de l'alarme à 07 : 30 ?

Si oui, combien de fois a-t-elle appuyé sur les boutons ?

Sinon, quelle est l'heure la plus proche de 07 : 30 à laquelle elle peut régler son réveil ?

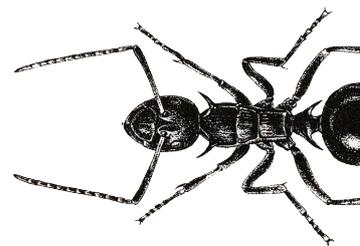
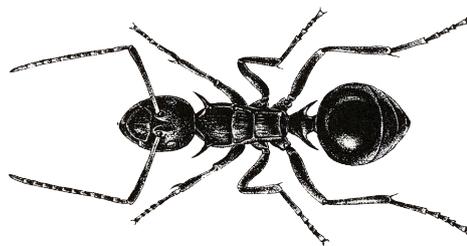
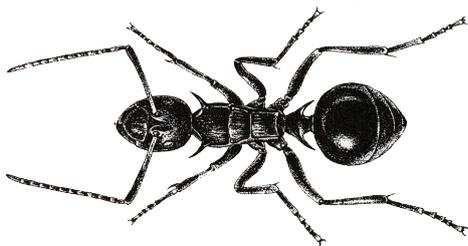
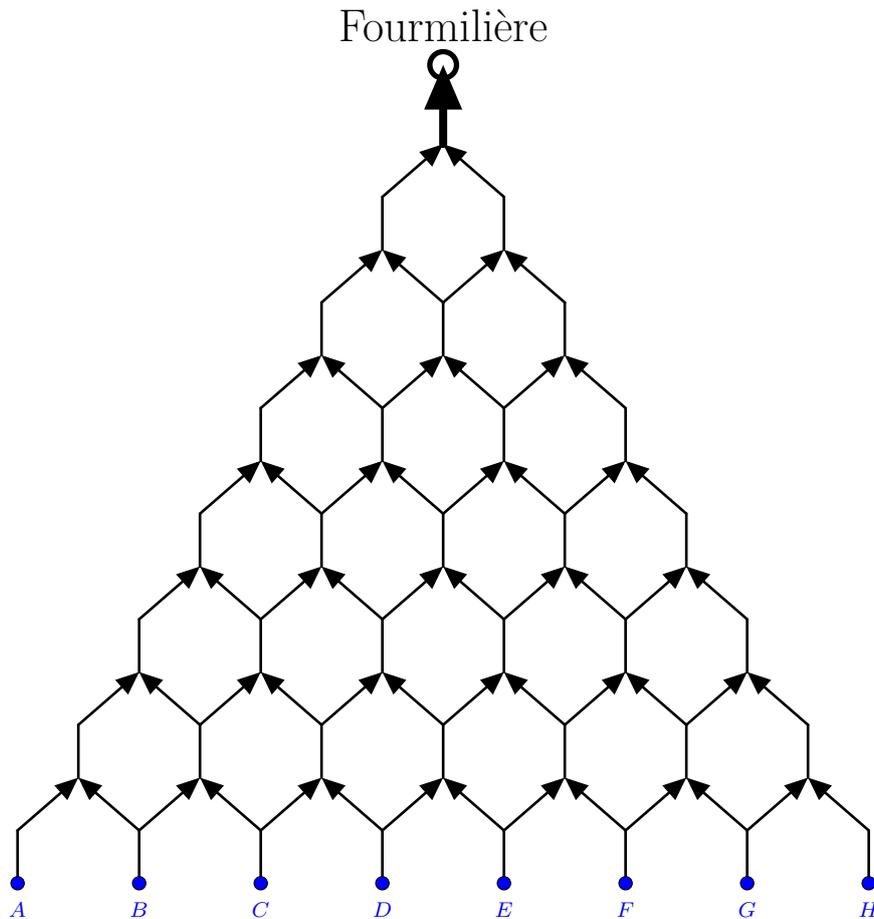
*⚠ Le réveil est configuré en « 24 h », ce qui signifie par exemple que 11h du soir s'écrit 23 : 00 et non pas 11 : 00.*

Une colonie de fourmis rentre dans sa fourmilière. Sachant qu'à chaque intersection marquée de deux flèches, autant de fourmis sont arrivées de la flèche droite que de la flèche gauche.

Combien au minimum y a-t-il de fourmis dans la fourmilière ?

Dans ce cas, combien de fourmis sont arrivées des chemins  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ ,  $G$  et  $H$  au départ ?

△ À chaque autre intersection (non munie de flèche), le nombre de fourmis qui partent à droite et à gauche peuvent être différents...



Devant un étang de grenouilles, un héron se dit :

« Pour être sûr d'avoir au moins :

- deux grenouilles de la même couleur, il faudrait que j'en prenne au minimum 4 ;
- deux grenouilles de couleurs différentes, il faudrait que j'en prenne au minimum 12 ;
- deux grenouilles bleues, il faudrait que j'en prenne au minimum 10 ;
- deux grenouilles vertes, il faudrait que j'en prenne au minimum 16. »

Combien y a-t-il de grenouilles dans l'étang ?

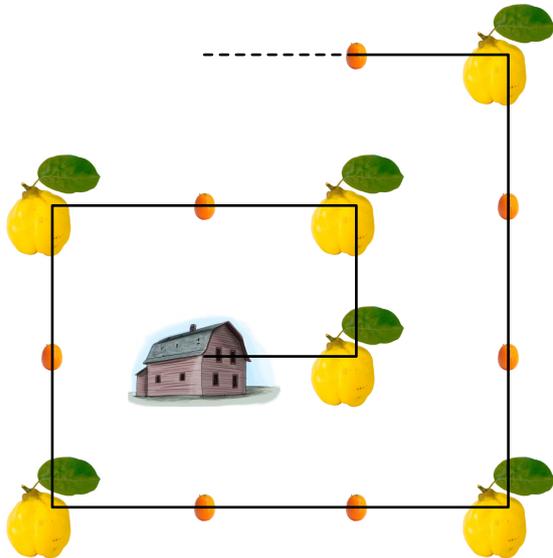


Dans un potager carré de 2 mètres de côté, cinq hérissons fâchés cherchent à se positionner afin d'être le plus loin possible les uns des autres.

Si on assimile les hérissons à des points, montrer que deux hérissons au moins sont à une distance inférieure ou égale à  $\sqrt{2}$  mètre.



Un canard féru de fruits frais décide de poser des kumquats et des coings autour de chez lui. Il quitte sa maison et dépose les fruits à chacun de ses pas suivant la procédure indiquée sur le schéma ci-après.



Procédure :

un coing à chaque coin et des kumquats ailleurs.

Ainsi les deux premiers fruits posés sont des coings, le troisième est un kumquat, le quatrième est un coing, etc.

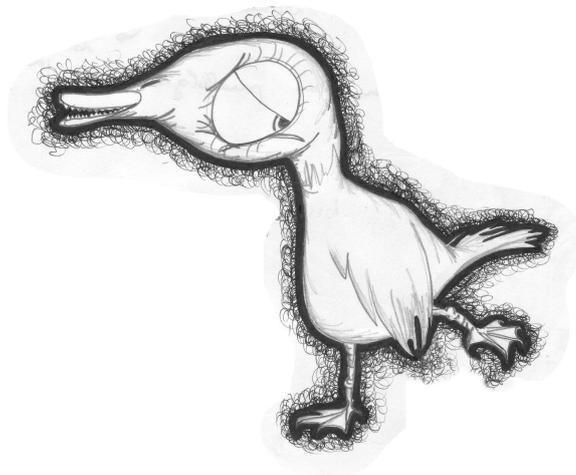
Fatigué, il s'arrête au 2019<sup>e</sup> fruit posé.

1. Est-ce un coing ?

2. Au fait, combien le canard a-t-il posé de coings ?

À chaque fois qu'il pose un coing, le canard dit « kouin » une fois de plus qu'au dernier coin (au premier coing posé, il dit « kouin » une seule fois).

3. Combien de fois en tout a-t-il dit « kouin » lors de sa promenade ?



Cinq singes sont assis en rond, chacun d'entre eux a devant lui les bananes volées dans la réserve pendant le mois.

Coïncidence, chacun a le même nombre de bananes !

Le plus âgé d'entre eux propose alors un jeu. Il prend une caisse vide et leur dit « mes amis, je vais vous apprendre un petit jeu. Tout d'abord pour ce jeu je m'appellerai numéro 1, mon voisin de gauche numéro 2 et ainsi de suite jusqu'au numéro 5 qui est mon voisin de droite. »

Il poursuit :

« Voilà les règles du jeu :

- je vide mon sac rempli de bananes dans la caisse vide ;
- je passe la caisse à gauche en sautant un rang, donc au numéro 3 ;
- le rôle du numéro 3 est, en les prenant dans la caisse, de donner à ses deux voisins autant de bananes que leur numéro, autrement dit le numéro 4 reçoit 4 bananes et le numéro 2 reçoit 2 bananes ;
- le numéro 3 doit alors ajouter à la caisse la moitié de ce qu'elle contenait quand il l'a reçue ;
- puis il passe la caisse au suivant en sautant un rang (cest-à-dire au numéro 5) qui procédera de la même manière avant de passer la caisse au numéro 2 puis au numéro 4 et enfin à moi-même.

Au fait, si un des joueurs ne peut pas mettre le nombre de bananes demandé dans la caisse alors il a le droit de prendre ce qui lui manque dans un autre sac excepté dans le mien.

On joue ? »

Les singes acquiescèrent et le jeu commença.

Quand la caisse revint au numéro 1, il y mit les 2 bananes qu'il avait reçues pendant le jeu, referma soigneusement la caisse. « C'est vraiment un joli petit jeu » dit-il en se levant et en quittant les lieux. Les quatre autres se regardèrent décontenancés : il ne restait plus une seule banane à chacun d'entre eux.

**Combien chacun avait-il de bananes au début du jeu ?**



---

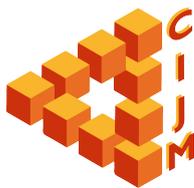
# Organisateurs

Académie de Clermont-Ferrand, APMEP, IREM.



# Nos partenaires

Comité International des Jeux Mathématiques, Centre national de la recherche scientifique, Conseil général du Cantal, Cournon, Cruzilles, Numworks, Saint-Flour, Université Clermont Auvergne, Volvic.



NUMWORKS

