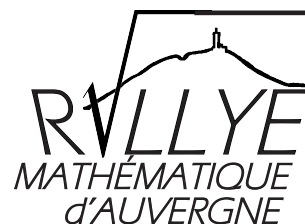


Rallye Mathématique d'Auvergne 2018

≈ 21^e édition ≈



À vous, maintenant, jeunes collégiens et lycéens d'Auvergne de faire preuve de vos qualités de réflexion, d'initiative, d'imagination !

Au sein de votre équipe, les connaissances et compétences de chacun seront nécessaires pour venir à bout des exercices originaux et astucieux que l'équipe d'élaboration des sujets vous a préparés.

Mais malgré les difficultés que vous allez rencontrer, vous devez en être persuadés, le succès est à votre portée !

Bon rallye 2018 !

Jean-Alain RODDIER,
IA-IPR Mathématiques

Jean-Jacques SEITZ,
IA-IPR Mathématiques

Contact :
rallye.mathematique@ac-clermont.fr



Conception et rédaction : IREM, APMEP ; Impression : rectorat.

Mardi 13 mars 2018



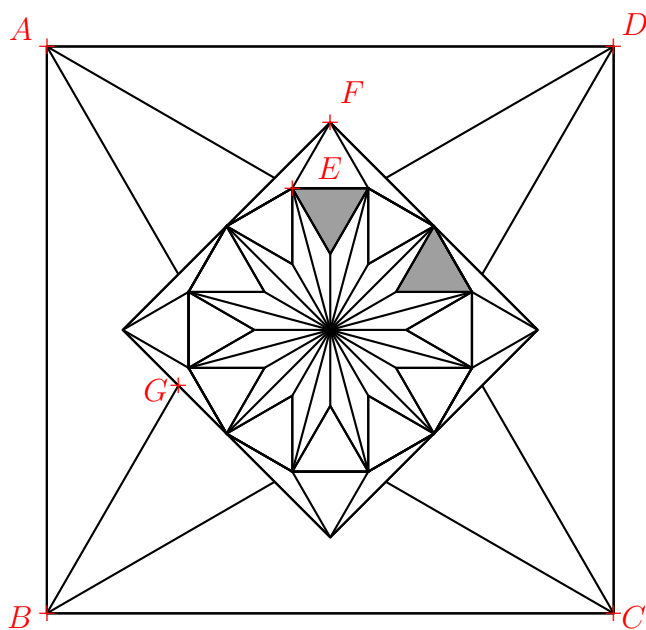
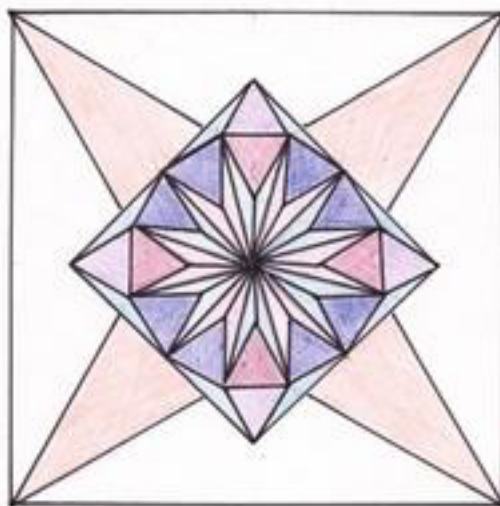
Épreuves interclasses troisièmes et secondes

Les consignes :

- Les calculatrices et les ordinateurs *sans accès internet* sont autorisés.
- L'utilisation de téléphone portable est interdite.
- Toute utilisation de l'outil informatique donnera lieu à l'envoi d'un fichier à l'adresse : rallye.mathematique@ac-clermont.fr sous le format classe_etablissement_numeroexercice.extensiondufichier (par exemple : 2eA_lyceeduval_4.xls ou 3e3_collegedubois_5.ggb)
- **△ Seuls les envois à partir d'une adresse e-mail académique seront acceptés**
- La solution de chacun des six problèmes rédigée sur une des feuilles jointes.
- Chaque feuille portera :
 - le nom de la classe ;
 - le nom de l'établissement ;
 - le numéro du problème ;
 - ainsi que l'effectif de la classe et des participants.
- Pour chaque problème, le jury évaluera :
 - l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées ;
 - l'argumentation ;
 - la présentation.
- Le jury appréciera à la fois la qualité esthétique, l'originalité et la qualité des contenus mathématiques.

Problème 1

L'horloge de Kurschak



La figure de départ est un carré $ABCD$ qui admet quatre axes de symétrie : les médiatrices des côtés et les diagonales du carré $ABCD$.

On sait que :

- le triangle BFC est équilatéral ;
- les triangles grisés sont équilatéraux ;
- les points B, G, E et F sont alignés ;
- au cœur de cette figure se trouve un dodécagone régulier, c'est-à-dire un polygone à 12 côtés de même longueur.

Reproduire cette figure avec un logiciel de géométrie dynamique et envoyer le fichier final à l'adresse e-mail suivante : rallye.mathematique@ac-clermont.fr sous le format `classe_etablissement_numeroexercice.extensiondufichier` (par exemple : `2eA_lyceeduval_4.xls` ou `3e3_collegedubois_5.ggb`)

⚠ *Seuls les envois à partir d'une adresse e-mail académique seront acceptés.*

⚠ *Votre figure doit résister aux déplacements des points.*

Problème 2

Le maléfice de Rogue

Dans le livre *Harry Potter and the Philosopher's Stone*, Harry et Hermione tentent de récupérer la pierre philosophale. Au cours des épreuves qu'ils doivent traverser, ils arrivent devant une porte.

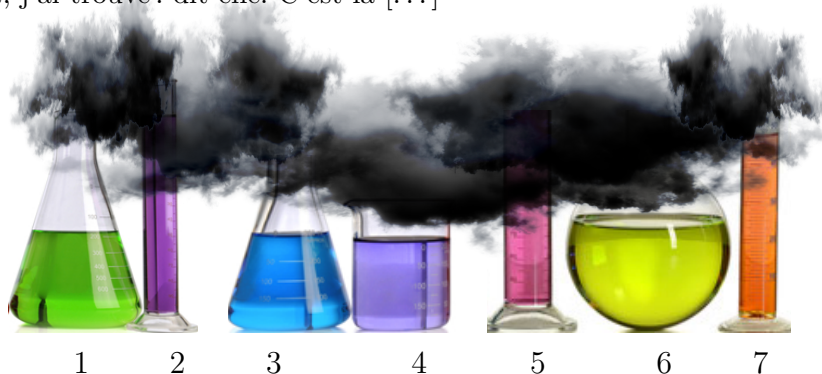
Lorsque Harry l'ouvrit, [...] ils ne virent rien d'effrayant. Il y avait simplement une table sur laquelle étaient alignées sept bouteilles de différentes formes. [...]

Dès qu'ils eurent franchi le seuil de la porte, de grandes flammes jaillirent derrière eux. Mais ce n'était pas un feu ordinaire : celui-ci était violet. Au même moment, d'autres flammes, noires cette fois, s'élevèrent dans l'encadrement de la porte du fond. Ils étaient pris au piège.

— Regarde ! dit Hermione en prenant un rouleau de parchemin posé à côté des bouteilles. [...]

Hermione relut le papier plusieurs fois. Puis elle examina attentivement les bouteilles en marmonnant pour elle-même. Enfin elle poussa un cri de victoire.

— Ça y est, j'ai trouvé ! dit-elle. C'est la [...]



Le parchemin explique que :

- trois bouteilles contiennent du poison et deux contiennent du vin d'ortie ;
- une permet de franchir sans mal les flammes noires pour avancer ;
- une permet de retourner sur leur pas en traversant les flammes violettes ;
- juste à gauche de chaque vin, il y a un poison (par exemple, si la bouteille 5 contient du vin, alors la bouteille 4 contient du poison) ;
- les bouteilles 1 et 7 ne contiennent pas la même chose et ne contiennent pas la potion pour avancer ;
- les bouteilles 2 et 6 contiennent la même chose ;
- la plus petite et la plus grande ne contiennent pas de poison.

1. Le livre ne précise pas où se trouvent la petite et la grande bouteille. Pour résoudre cette énigme, vous, lecteurs, lectrices, ne pouvez donc pas utiliser le 8^e indice. Mais, grâce aux autres, vous pouvez tout de même éliminer un grand nombre de possibilités.

Déterminer toutes les possibilités qui sont envisageables en détaillant pour chacune le contenu de toutes les bouteilles.

2. Comme Hermione connaît la position de la petite et de la grande bouteille, elle a pu trouver le flacon dans lequel se trouve la potion pour avancer.

Sachant cela, et en supposant que la grande bouteille se trouve en position 4 déterminer le contenu de chaque fiole.

Problème 3

Deux-mille-dix-huit

Benoît a décidé de ranger dans un tableau les nombres de la façon suivante :

1	2	3	6	9	14	19	...	Dans la 1 ^{re} colonne, il place le 1 ^{er} nombre impair ;
	4	5	8	11	16	∴		Dans la 2 ^e colonne, il place les 2 premiers nombres pairs ;
		7	10	13	∴	∴		Dans la 3 ^e colonne, il place les 3 nombres impairs suivants ;
			12	15	∴	∴		Dans la 4 ^e colonne, il place les 4 nombres pairs suivants ;
				17	∴	∴		Dans la 5 ^e colonne, il place les 5 nombres impairs suivants ;
						∴		Dans la 6 ^e colonne, il place les 6 nombres pairs suivants ;
								Etc.

Quels seront les nombres à droite et à gauche du nombre 2018 ?

Toutes traces de recherche et de justifications seront prises en compte dans l'appréciation.

Problème 4

Télesiège

Au cours d'un séjour au ski, Gabriel et Tao sont restés coincés dans le télésiège. Une fois arrivés en haut, après 5 minutes et 15 secondes de montée, impossible de quitter leur siège, le numéro 96 !

Au cours de la descente, ils ont alors croisé un premier groupe d'amis, au numéro 17, puis un second, 35 secondes plus tard, au numéro 281.

Combien y-a-t-il de sièges dans le télésiège ?

Informations pratiques :

- le long du télésiège, tous les sièges sont disposés régulièrement ;
- ils sont disposés dans l'ordre à partir du n° 1 (1 ; 2 ; 3 ; ...) et il ne manque aucun numéro ;
- la montée et la descente représentent chacune la moitié d'un tour complet du télésiège ;
- tous les sièges se déplacent à même vitesse constante.

Toutes traces de recherche et de justifications seront prises en compte dans l'appréciation.



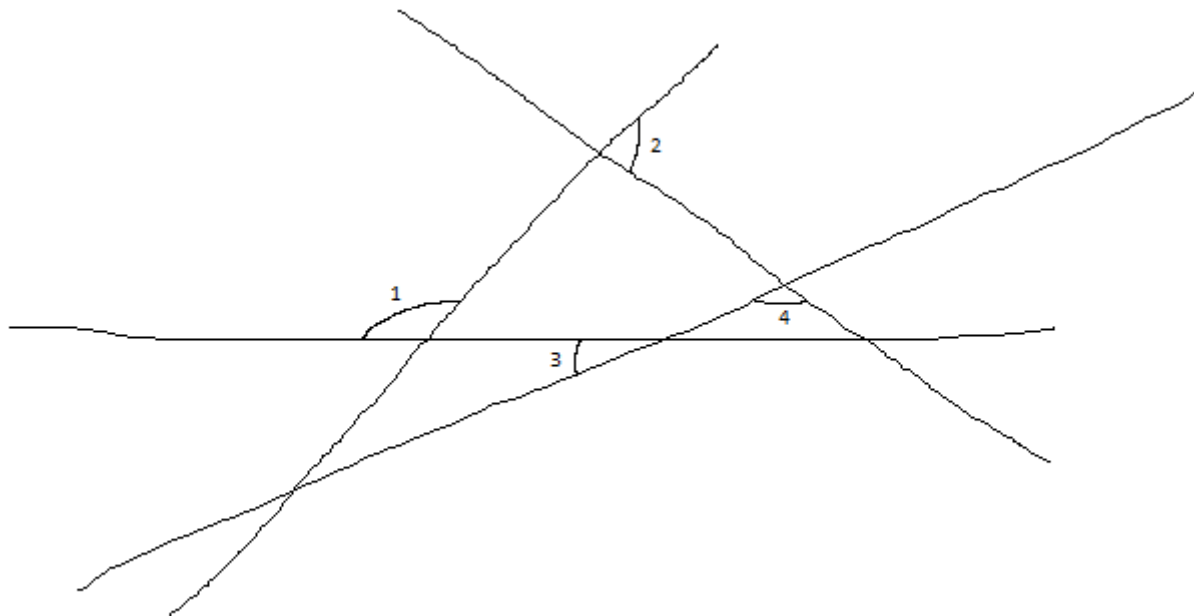
Problème 5

Angles au choix

Traiter au choix l'un des énoncés suivants :

Premier énoncé

Voici une figure faite à main levée de quatre droites sécantes deux-à-deux :

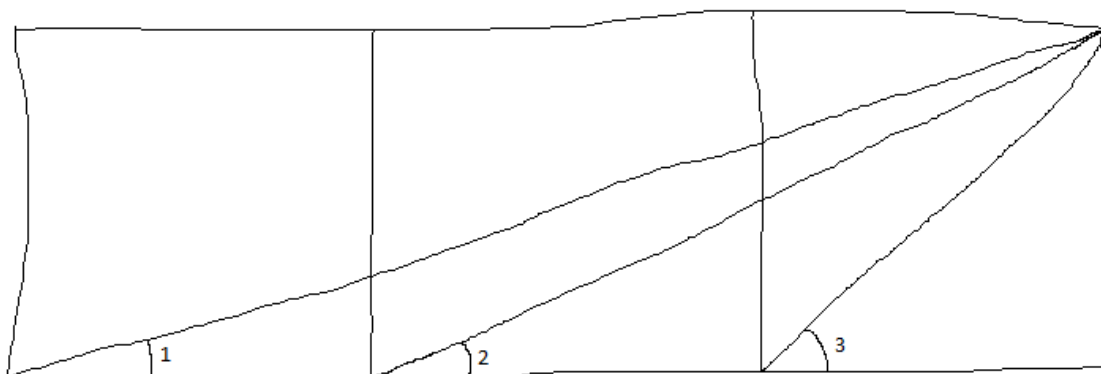


Déterminer la somme des quatre angles marqués sur la figure ci-dessus.

Toutes traces de recherche et justifications seront prises en compte dans l'appréciation.

Second énoncé

Voici un rectangle tracé à main levée tel que sa longueur soit égale à trois fois sa largeur. On le coupe en trois carrés et on trace trois diagonales de la façon suivante :



Déterminer la somme des trois angles marqués sur la figure.

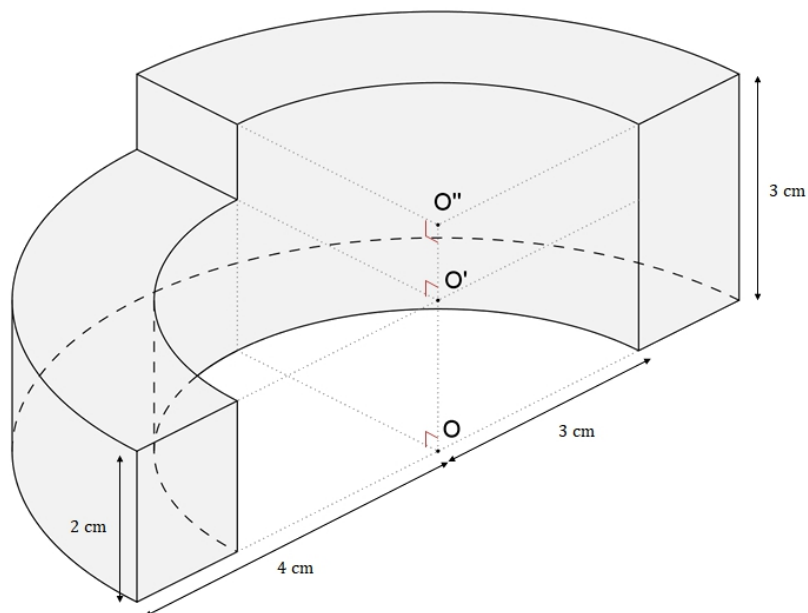
Toutes traces de recherche et justifications seront prises en compte dans l'appréciation.

Problème 6

Le choix du patron

Traiter au choix l'un des énoncés suivants :

Premier énoncé

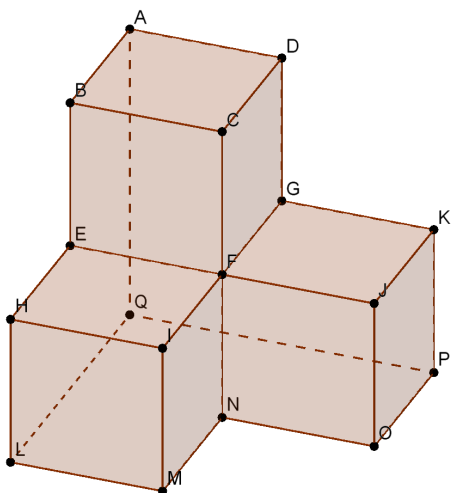


Les arêtes courbes du solide ci-dessous sont des demi-cercle de centre O et des quarts de cercle de centre O' ou O''.

Construire un patron de ce solide.

Le patron doit tenir sur une feuille de papier de format A4. On prendra $\pi \simeq 3,14$.

Second énoncé



Le solide ci-contre est constitué de quatre cubes collés sur trois faces de l'un d'entre eux. Les arêtes de ces cubes ont pour mesure $2,5 \text{ cm} = AB = HE = FJ = \frac{QP}{2}$.

Réaliser un patron de ce solide.

L'ensemble du patron devra tenir sur une feuille de papier A4. On rappelle les dimensions d'une telle feuille : $21 \text{ cm} \times 29,7 \text{ cm}$.

Organisateurs

Académie de Clermont-Ferrand, APMEP, IREM.



Nos partenaires

Comité International des Jeux Mathématiques, Centre national de la recherche scientifique, Conseil général du Cantal, Cournon, Cruzilles, Lycée La Fayette, Saint-Flour, Université Clermont Auvergne, Volvic.

